Entwicklung eines Modells zur Berechnung der Kräfte im Knie- und Hüftgelenk bei sportlichen Bewegungsabläufen mit hohen Beschleunigungen

DISSERTATION
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften
der Fakultät für Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
KARIN GRUBER
aus Schwabach

1987

Entwicklung eines Modells zur Berechnung der Kräfte im Knie- und Hüftgelenk bei sportlichen Bewegungsabläufen mit hohen Beschleunigungen

DISSERTATION
zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften
der Fakultät für Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
KARIN GRUBER
aus Schwabach

1987

Tag der mündlichen Prüfung: 6. Februar 1987
Dekan: Professor Dr. G.J. Wagner
1. Berichterstatter: Professor Dr. H. Ruder
2. Berichterstatter: Professor Dr. U. Göhner
3. Berichterstatter: Professor Dr. B.M. Nigg
(The University of Calgary, Canada)

---

gedruckt 1987 bei H.-J. Köhler , Reprografischer Betrieb , Tübingen

ABSTRACT

GRUBER, KARIN

ENTWICKLUNG EINES MODELLS ZUR BERECHNUNG DER KRÄFTE IM KNIE- UND HÜFTGELENK BEI SPORTLICHEN BEWEGUNGSABLÄUFEN MIT HOHEN BESCHLEUNIGUNGEN

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, eine Methode zu entwickeln, mit der die mechanische Belastung des menschlichen Körpers bei Bewegungsabläufen mit hohen Beschleunigungen bestimmt werden kann. Derartige Bewegungsabläufe treten vor allem im Sport auf, speziell bei Landungsvorgängen. Dabei sind die Gelenke der unteren Extremität hohen Belastungen ausgesetzt, d.h. die Kräfte, die in diesen Gelenken übertragen werden erreichen ein Vielfaches des Körpergewichts. Zur Bestimmung der resultierenden Kräfte und Momente, die während solcher Bewegungsabläufe im menschlichen Körper auftreten, wurde ein physikalisches Modell entwickelt, das insbesondere das verschiedenartige mechanische Verhalten der einzelnen Körperbestandteile berücksichtigt. Das Modell simuliert die Knochen als starre Teilkörper und die Weichteile als gedämpft-elastisch angekoppelte "Schwabbelmassen", die gegenüber den Knochen verschiebbar und verdrehbar sind.
Parallel zur Entwicklung dieses Modells wurden am Laboratorium für Biomechanik der ETH Zürich experimentelle Untersuchungen am menschlichen Körper bei unterschiedlichen Landungen durchgeführt. Es wurden die zeitlichen Verläufe der Bodenreaktionskraft einschließlich Angriffspunkt mit einer Kraftmeßplatte sowie die Verläufe der Knöchelbeschleunigungen mit Hilfe von Beschleunigungsmessern mit hoher zeitlicher Auflösung registriert. Als Beispiel wurde ein Standhochsprung mit Landung auf der Ferse untersucht. Die dabei gewonnenen experimentellen Daten wurden als Inputdaten für das theoretische Modell mit Schwabbelmasse verwendet und damit der Bewegungsablauf simuliert. Auf diesem Wege konnten erstmals für einen Bewegungsablauf mit hohen Beschleunigungen die Kräfte und Momente im Hüft- und Kniegelenk zuverlässig bestimmt werden.

Inhaltsverzeichnis

		Seite
I.	**Einleitung und Problemstellung**	1
II.	**Literaturübersicht**	6
III.	**Das Modell**	15
1.	Ebene Modelle bestehend aus n starren Gliedern	16
a)	Freiheitsgrade, Koordinaten und Bewegungsgleichungen	17
b)	Verfahren zur Lösung des Gleichungssystems	22
c)	Äußere Kräfte und Fuß	26
2.	Ebene n-gliedrige Modelle mit Schwabbelmasse	28
a)	Freiheitsgrade und Koordinaten	30
b)	Kopplungen	31
c)	Bewegungsgleichungen	35
3.	Beispiele	41
a)	Eingliedriges starres Modell	41
b)	Eingliedriges Modell mit Schwabbelmasse	52
c)	Zweigliedriges starres Modell	60
4.	Das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmasse und masselosem Fuß	67
a)	Modellparameter, Freiheitsgrade und Koordinaten	69
b)	Bewegungsgleichungen	70
IV.	**Experimentelle Eingabedaten**	80
1.	Die Bodenreaktionskraft mit Angriffspunkt	80

2. Die Fußpunktsbeschleunigung 84
a) Vertikalkomponente 84
b) Horizontalkomponente 86
c) Versuche zur Befestigung der Beschleunigungsmesser 88

3. Der Kraft-Deformations-Zusammenhang 92
a) Versuche zur Fersendeformation 92
b) Graphische Darstellungen 94
c) Phänomenologischer Ansatz 99
d) Die "effektive Masse" 101

4. Filmanalyse 104
a) Methode 104
b) Diskussion der Auswertungsmöglichkeiten 105

V. Standhochsprung mit Landung auf der Ferse 110

1. Versuchsaufbau 111

2. Verarbeitung der Meßdaten 114

3. Modellparameter 116
a) Längen der 3 Teilkörper 116
b) Massenverhältnisse 116
c) Trägheitsmomente 117
d) Querschnittsflächen der Teilkörper 118
e) Kopplungs- und Dämpfungskonstanten 118

4. Anfangsbedingungen 120
a) Anfangskoordinaten 120
b) Anfangsgeschwindigkeiten 120

5. Numerische Integration der Bewegungsgleichungen 123

VI. Ergebnisse 124

1. Bedeutung der Schwabbelmasse 124

2. Berechneter Bewegungsablauf des dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmasse 130
a) Verlauf der Winkel 130
b) Verdrehungen und Verschiebungen zwischen Knochen und Schwabbelmassen 132
c) Verlauf der Winkelgeschwindigkeiten 135

3. Vergleich Filmanalyse - Modellrechnung 137

4. Resultierende Kräfte und Momente im Knie- und Hüftgelenk 140
a) Zwangskräfte 140
b) Momente 142

5. Lagerkräfte im Knie- und Hüftgelenk 146

VII. Schlußbemerkung 151

VIII. Anhang 153

Literatur 186

I. Einleitung und Problemstellung

Bei allen Bewegungsabläufen ist der menschliche Körper Belastungen ausgesetzt. Belastungen sind äußere und innere Kräfte, die auf die einzelnen Teile des menschlichen Bewegungsapparates einwirken. Dabei ist bekannt, daß eine gewisse Belastung für die Entwicklung und Gesunderhaltung der Körperbestandteile, wie Knochen, Gewebe und Muskeln notwendig ist. Das Fehlen von Belastung kann hier zu Mangelerscheinungen führen. Auf der anderen Seite treten gerade bei Sportlern immer häufiger Überbelastungsbeschwerden, insbesondere in den Gelenken der unteren Extremitäten auf. Sie weisen darauf hin, daß die inneren Kräfte zu groß sind und als Folge davon Brüche, Risse und Zerrungen auftreten. Innerhalb der Gelenke führt Überbelastung zu einer Schädigung des Gelenkknorpels, mit dem die Enden der Knochen überzogen sind und der ein nahezu reibungsfreies Gleiten der Gelenkflächen ermöglicht. Ist der Druck auf diese Gelenkflächen zu groß, so wird die Knorpelschicht zerstört und es entsteht das Krankheitsbild der Arthrose.
Das Problem der Belastung des menschlichen Körpers bei Bewegungsabläufen ist für viele Bereiche von großem Interesse. Es sind insbesondere die Trainingswissenschaften im Sport und auch der Bereich der Orthopädie in der Medizin, für die vor allem die Klärung einer Frage von elementarer Bedeutung ist, nämlich:
"Wann ist die Grenze der gesunden Belastung des menschlichen Körpers erreicht und wann fängt die Überbelastung mit all ihren schädlichen Folgen an?"
Da es sich im Fall der Gelenkbelastung um ein mechanisches Problem handelt, allerdings an biologischem Material, erscheint es doch sinnvoll, daß gerade auch der Physiker diese Fragestellung mit seinen Methoden angeht und versucht

zu einer Lösung beizutragen. Geht man demnach von einer physikalischen Betrachtung aus, so sind die relevanten Größen in einem Gelenk die Kraft, die auf die tragenden Gelenkflächen wirkt und die dadurch entstehende Druckverteilung. Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten zur Bestimmung von Kraft und Druck im Gelenk: Messung oder Berechnung.

Versuche zur Messung wurden schon vielfach durchgeführt. Dabei besteht jedoch das Problem, daß derartige Experimente am lebenden Körper nicht vorgenommenen werden können. Es wurden immer Gelenke aus Sektionsgut verwendet, bei denen mit Hilfe von Meßsonden oder Meßfolien der Druck auf den Gelenkflächen bei vorgegebener äußerer Belastung gemessen wurde. Allerdings ergibt sich dabei die Schwierigkeit, daß durch die Einbringung der Meßgeräte in das Gelenk dessen Struktur mehr oder weniger verändert wird. Außerdem kann eine Messung nur für einzelne Stellungen, also nur in der Statik durchgeführt werden. Eine Analyse des Kraft- und Druckverlaufs im Gelenk bei Bewegungsabläufen ist daher auf diesem Wege nicht möglich.

Die zweite Möglichkeit zur Bestimmung der Kräfte in einem Gelenk ist die der Berechnung. Dazu ist es notwendig, am menschlichen Körper bei einem Bewegungsablauf Ersatzgrößen zu messen, wie z.B. äußere Kräfte auf den Körper und Beschleunigungen von einzelnen Körperteilen. Sie sind experimentell wesentlich einfacher zu ermitteln und enthalten dennoch alle wichtigen Informationen über den Bewegungsablauf und über charakteristische Körpereigenschaften der Versuchsperson. Mit Hilfe eines geeigneten physikalischen Modells des menschlichen Körpers kann der Bewegungsablauf unter Eingabe der Meßwerte simuliert werden und damit ist es dann auch möglich, zunächsteinmal den Verlauf der resultierenden Kräfte und Momente in den Gelenken zu berechnen. Steht außerdem noch

ein genaues Modell der jeweiligen Gelenkstruktur mit allen Kraftansatzpunkten und -verlaufsrichtungen sowie der Ausdehnung der tragenden Gelenkflächen zur Verfügung, dann kann in einem zweiten Schritt aus den resultierenden Kräften und Momenten die im Gelenk auftretende Kraft- und Druckverteilung bestimmt werden.
Dieses Konzept zur Berechnung der Druckverteilung in den Gelenken des menschlichen Körpers erscheint als eine vernünftige Vorgehensweise, um auch prinzipiell Aussagen über die Belastungsgrenzen des menschlichen Bewegungsapparates machen zu können. So ist zu erwarten, daß die Anwendung auf zahlreiche Versuchspersonen bei den verschiedensten Bewegungsabläufen eine Abgrenzung zwischen normalen und überhöhten Druckwerten in den Gelenken zuläßt. Aufbauend auf die langjährigen Erfahrungen und die erfolgreichen Untersuchungen, die im Rahmen einer Zusammenarbeit zwischen der Orthopädischen Universitätsklinik und dem Institut für Theoretische Physik in Erlangen (bzw. jetzt dem Lehrstuhl für Theoretische Astrophysik in Tübingen) für den statischen Fall gewonnen wurden, ist es das Ziel dieser Arbeit, sich mit diesem Problemkreis, nun auch unter dynamischen Bedingungen, weiter auseinanderzusetzen. Dazu erfolgt im Abschnitt II eine kurze Übersicht über die vorhandene Literatur, die sich mit der Bestimmung der Gelenkkräfte im menschlichen Körper beschäftigt. So werden auch die verschiedenen bisher entwickelten physikalischen Modelle und ihre Anwendungsgebiete vorgestellt.
Daraufhin werden im Abschnitt III grundsätzliche Überlegungen zur Entwicklung von physikalischen Modellen für den menschlichen Körper angestellt. Ausgehend vom allgemeinsten Fall eines Modells mit beliebig vielen Gliedern werden die Anzahl von Freiheitsgraden und Bewegungsgleichungen, die mögliche Struktur der Teilglieder,

Anzahl der Unbekannten und Verfahren zur Lösung des entstehenden Gleichungssystems ausführlich diskutiert. Eine vollständige Durchrechnung von verschiedenen Beispielen soll die Vorgehensweise bei der Erstellung eines Modells genauer darlegen und die Möglichkeiten der Anwendung verdeutlichen.
Als zentraler Punkt dieser Untersuchung wird aufgezeigt, daß bei Bewegungsabläufen mit hohen Beschleunigungen wie sie vorwiegend im Sport auftreten, vom Boden her kurzzeitig sehr hohe Kräfte auf den menschlichen Körper einwirken. Dabei spielt der Aufbau des menschlichen Körpers aus verschieden starren Materialien, nämlich aus Knochen und Weichteilen, eine entscheidende Rolle für die Kraftwirkungen innerhalb des Körpers. Diese Tatsache muß in einem geeigneten physikalischen Modell ihren Niederschlag finden. Entsprechend diesen Anforderungen wurde ein dreigliedriges Modell mit Schwabbelmasse und masselosem Fuß entwickelt, das sich für die Lösung derartiger Probleme als außerordentlich vorteilhaft erwies. Es wird ausführlich vorgestellt und allen weiteren Berechnungen im Verlauf der Arbeit zugrundegelegt.
Der Abschnitt IV beschäftigt sich mit den Messungen, die bei einem Bewegungsablauf vom menschlichen Körper abgenommen werden können. Als Beispiel diente der Bewegungsvorgang einer Landung auf der Ferse nach einem Standhochsprung. Es sind die zeitlichen Verläufe aller erhaltenen Meßgrößen dargestellt und diskutiert. Desweitern wird untersucht, welche Informationen über Körpereigenschaften der Versuchsperson allein aus den Meßkurven zu entnehmen sind. So lassen sich beispielsweise Aussagen über das Deformationsverhalten des Fersenpolsters beim Aufprall auf den Boden gewinnen. Es wird gezeigt, wie diese Erkenntnisse zu einer Erweiterung und Verbesserung eines theoretischen Modells beitragen können. Die dargestellten Meßkurven dienen als experimenteller Input in das oben erwähnte

physikalische Modell.
Außerdem wird in diesem Abschnitt die Methode der Filmanalyse kritisch untersucht. Es handelt sich hier um ein Verfahren mit dessen Hilfe der Bewegungsablauf des menschlichen Körpers aufgenommen werden kann und grundsätzlich als Messung zur Eingabe in ein Modell Verwendung finden kann. Allerdings wird an dieser Stelle klar, daß die Filmanalyse im Fall von Bewegungen mit hohen Beschleunigungen zu Ungenauigkeiten führt und daher als experimenteller Input nicht geeignet ist.
In Abschnitt V erfolgt letztendlich die vollständige Durchrechnung des dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmasse unter Eingabe der spezifischen Maße der Versuchsperson und den experimentellen Resultaten aus den Messungen bei dem Bewegungsablauf einer Landung auf der Ferse nach einem Standhochsprung.
Die Ergebnisse der Berechnungen sind in erster Linie die zeitlichen Verläufe der resultierenden Kräfte und Momente, die im Hüft- und Kniegelenk während der Abbremsbewegung übertragen werden. Sie sind im Abschnitt VI dargestellt und diskutiert. Unter Zuhilfenahme eines stark vereinfachten Gelenkmodells werden daraus schließlich die Lagerkräfte innerhalb der beiden Gelenke berechnet. Diese Lagerkräfte stellen die eigentliche Belastung der Gelenke dar.
Neben diesen wesentlichen Ergebnissen wurde, gewissermaßen als Voraussetzung, der Bewegungsablauf des Modells bestimmt. Zur Überprüfung der Güte des Modells wurde er mit den Daten aus der Filmanalyse verglichen.
Zukünftige Untersuchungen mit Hilfe dieses Modells werden vor allen Dingen in der Erprobung bei weiteren Versuchspersonen und in der Anwendung auf die verschiedensten Bewegungsabläufe liegen.

II. Literaturübersicht

Das Problem der Bestimmung von Kraft und Druck innerhalb der Gelenke der unteren Extremität ist sehr komplex und wurde in der Literatur bisher von verschiedenen Seiten angegangen.
Erste Untersuchungen gingen vor allem von Orthopäden aus, die mit Hilfe von Röntgenaufnahmen und anatomischen Studien die Kraftverhältnisse in den Gelenken auf geometrischem Wege bestimmten. Eingehende Arbeiten über die mechanische Belastung des Hüftgelenks stammen von Pauwels (1935). Aufgrund einfacher Überlegungen zu den Hebelverhältnissen analysierte er die Kräfte im Hüftgelenk sowohl für den Zweibeinstand als auch für den Stand auf einem Bein, welcher auch in der Standphase beim langsamen Gehen auftritt.
Ebenfalls unter Anwendung der Grundgesetze der Statik bestimmte Fürmaier (1953) auf geometrische Weise die Kräfte in den Bändern und knöchernen Strukturen des Kniegelenks für verschiedene Winkelstellungen. Ähnlich verfuhr auch Maquet (1976), als er seinen Kraftberechnungen eingehende geometrische Untersuchungen der knöcheren und sehnigen Anteile sowie des Bandapparates des Kniegelenks zugrundelegte.
Neben dem rein theoretischen Zugang wurde auch versucht, auf experimentellem Wege Aussagen über die Gelenkbelastung zu gewinnen. Hehne (1983) verwendete dünne Druckmeßfolien, die er unter die Kniescheibe vorpräparierter Kniegelenke aus Sektionsgut einbrachte. Dabei wurden Oberschenkel- und Unterschenkelknochen fixiert und die Sehne der Oberschenkelmuskulatur, in welche die Kniescheibe eingelagert ist, wurde durch Zug belastet. Auf diese Weise konnte er sowohl die Anpreßkraft der Kniescheibe als auch die Größe der Kontaktflächen in diesem Gelenk und damit auch den Druck für verschiedene Winkelstellungen durch Messung bestimmen. Von Nachteil ist bei dieser Methode, daß die Gelenkkapsel eröffnet werden muß und daß die Meßsensorik

innerhalb des Gelenkspalts liegt, was möglicherweise einen Einfluß auf dessen Geometrie hat.
Demgegenüber entwickelte Wagner (1985) eine Meßapparatur, bei der durch eine Bohrung in der Kniescheibe von außen bis an die innen liegende Knorpelschicht Drucksensoren eingebaut werden. Die Druckmessungen an derart präparierten Kniegelenken erfolgte bei verschiedenen Zuglasten an der Sehne des Oberschenkelmuskels und unter kontinuierlicher Änderung des Kniewinkels. Die Ergebnisse beziehen sich allerdings nur auf den Punkt, an dem sich das Meßgerät befindet. Eine Druckverteilung kann auf diese Weise nicht bestimmt werden.
Eine Methode zur Berechnung der tragenden Gelenkflächen und der Druckverteilung im Hüftgelenk wurde von Legal und Ruder (1977, 1979), Legal et al. (1978, 1980) für den Einbeinstand entwickelt. Unter Entnahme von geometrischen Daten aus dem Röntgenbild kann dabei über ein Computer-Programm die Druckverteilung im Hüftgelenk berechnet werden. Damit besteht die Möglichkeit überhöhte Druckwerte abzugrenzen von Normal-Druckverteilungen, die an gesunden Hüftgelenken gefunden wurden. In einer Simulation kann die Auswirkung von Veränderungen an der Geometrie des Hüftgelenks auf die Druckverteilung festgestellt werden. Anwendungsgebiet ist vor allem die Operationsplanung. Ähnliche Berechnungen wurden von Brinckmann et al. (1980) durchgeführt.
Die Literatur, die sich mit der Statik der Gelenke der unteren Extremität beschäftigt, ist vielfältig und auf eine vollständige Übersicht wird hier verzichtet. Eine ausführliche Aufstellung und Diskussion der Literatur auf diesem Gebiet findet man z. B. bei Hehne (1983) oder Legal (1984).
Neben diesen Arbeiten, die sich ganz auf die Statik begrenzen, gibt es eine Vielzahl von Untersuchungen zu Bewegungsabläufen, die eine quasistatische Betrachtung erlauben, wie beispielsweise langsames Gehen und

Treppensteigen.
Dazu wurden von den verschiedenen Autoren die unterschiedlichsten Modelle für den menschlichen Körper entwickelt, die jeweils der entsprechenden Fragestellung angepaßt waren. Ziel ist dabei immer die Berechnung der Kräfte im Innern des menschlichen Körpers während eines Bewegungsablaufes. Bei all diesen Untersuchungen wird davon ausgegangen, daß die Bewegung mit Hilfe von Filmaufnahmen mit Hochgeschwindigkeitskameras oder mit anderen optischen bzw. elektronischen Meßverfahren direkt vom menschlichen Körper abgenommen werden kann. Außerdem eröffnete die Entwicklung von Kraftmeßplatten die Messung der äußeren Kräfte, die am menschlichen Körper angreifen.
Allgemein hat sich in der Biomechanik ein Verfahren herauskristallisiert, bei dem von einem bekannten Bewegungsablauf und bekannten äußeren Kräften mit Hilfe eines physikalischen Modells auf die im Körper wirkenden Muskelkräfte und Lagerkräfte der Gelenke geschlossen werden soll. Die einzelnen Muskelkräfte mit ihren unterschiedlichen Hebelarmen zum Drehpunkt des Gelenks bilden dabei in ihrer Gesamtheit das resultierende Moment, das an dieser Stelle übertragen wird. Dieser Zugang ist allerdings mit einigen Problemen verbunden: Die Zahl der Freiheitsgrade und damit die Zahl der zur Verfügung stehenden Bewegungsgleichungen des Modells ist wesentlich geringer als die Zahl der Muskelkräfte, die es zu bestimmen gilt.
Es wurden daher von den verschiedenen Autoren unterschiedliche Ansätze entwickelt, die trotz dieser Schwierigkeiten eine eindeutige Lösung des Problems liefern. So ging eine Reihe von Autoren (z.B. Paul 1967, Morrison 1968,1970, Harrington 1976, Baumann und Stucke 1980) bei der Modellentwicklung vom natürlichen menschlichen Körper aus und versuchte alle durch Muskeleinsatz verursachten Bewegungsmöglichkeiten zu beschreiben. Zur

Lösung mußte ein derartiges Modell aber mehr und mehr vereinfacht werden, beispielsweise wurden die einzelnen Muskeln zu Muskelgruppen mit einer einzigen Wirkungslinie zusammengefaßt. Desweiteren wurde vorausgesetzt, daß diese Muskelgruppen nicht alle gleichzeitig wirksam werden. Der Nachweis über die Aktivität der verschiedenen Muskelgruppen in den einzelnen Phasen des Bewegungsablaufes wurde dabei über eine spezielle Meßmethode, die Elektromyographie (EMG) erbracht. Die Vereinfachung des jeweiligen Modells erfolgte soweit, bis eine eindeutige Lösung des Problems möglich wurde.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, daß für die Lösung noch weitere Zusatzbedingungen gelten (vgl. z.B. Seireg und Arvikar 1975, Capozzo et al. 1975, Pedotti et al. 1977, Röhrle et al. 1981). In derartigen Arbeiten wurden Optimierungsfunktionen eingeführt, welche die Muskelkräfte zu erfüllen haben. Auch dieser Weg führt zu einer eindeutigen Lösung, die allerdings von der gewählten Optimierungsbedingung abhängt.

Ohne den Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben, sind die uns bekannten wesentlichen Arbeiten in der folgenden tabellarischen Übersicht zusammengestellt.

Name und Jahr	Bewegungsart	Messung		Berechnung der Kräfte in den Gelenken	Bemerkungen
		Bewegungsablauf	Kräfte		
Paul (1967)	Gehen	Filmanalyse (50 B/s)	Bodenreaktionskraft + Angriffspunkt	Kräfte im Hüftgelenk, Muskelkräfte	3-gliedriges Modell (starr) für ein Bein (Oberschenkel, (Unterschenkel, Fuß) 3-dimensional zusätzl. EMG-Messung
Morrison (1968, 1969, 1970)	Gehen in der Ebene, Gehen auf einer Rampe, Treppensteigen	Filmanalyse (50 B/s)	Bodenreaktionskraft + Angriffspunkt	Kräfte im Kniegelenk, Muskelkräfte	3-gliedriges Modell (starr) für ein Bein (Oberschenkel, Unterschenkel, Fuß), Modell für Struktur des Kniegelenks 3-dimensional zusätzl. EMG-Messung
Harrington (1976)	Gehen in der Ebene	Filmanalyse (50 B/s)	Bodenreaktionskraft + Angriffspunkt	Kräfte im Kniegelenk, Muskelkräfte	Ganguntersuchung wie Morrison, Ausdehnung auf pathologische Fälle
Chao und Rim (1973)	Gehen	Optische Messungen (nur zum Vergleich)		übertragene Momente in Hüfte, Knie und Sprunggelenk	4-gliedriges Modell (starr) (Rumpf, Oberschenkel, Unterschenkel, Fuß), 2-dimensional; Verfahren: Eingabe von Momenten in das Modell und Variation der Verläufe solange, bis richtiger Bewegungsablauf herauskommt
Seireg und Arvikar (1973,1975)	Stehen, langsames Gehen	vorgegebener Bewegungsablauf		Kräfte in Hüfte, Knie und Sprunggelenk, Muskelkräfte	7-gliedriges Modell (starr) (Rumpf, 2 Beine) 3-dimensional zusätzl. EMG-Messung
Cappozzo (1975) Leo Pedotti	Gehen, Treppensteigen	Filmanalyse	Bodenreaktionskraft	Kräfte in Hüfte, Knie und Sprunggelenk, Muskelkräfte	3-gliedriges Modell (starr) für ein Bein (Oberschenkel, Unterschenkel, Fuß)
Groh und Baumann (1976)	ebenes Gehen von Normalen und Amputierten	Filmanalyse	Bodenreaktionskraft	Kräfte im Knie- und Sprunggelenk; Muskelkräfte	3-gliedriges Modell (starr) für ein Bein (Oberschenkel, Unterschenkel, Fuß) 3-dimensional
Pedotti (1977) Krishnan Stark	Gehen	Filmanalyse	Bodenreaktionskraft	Kräfte in Hüfte, Knie und Sprunggelenk, Muskelkräfte	3-gliedriges Modell (starr) für ein Bein (Oberschenkel, Unterschenkel, Fuß) 2-dimensional zusätzl. EMG-Messung

Name und Jahr	Bewegungsart	Messung		Berechnung der Kräfte in den Gelenken	Bemerkungen
		Bewegungsablauf	Kräfte		
Aleshinsky und Zatsiorsky (1978)	normales Gehen, schnelles, sportliches Gehen, Sprint	Filmanalyse	Bodenreaktionskraft (Kraftstoß nicht berücksichtigt)	übertragene Zwangskräfte und Momente; allerdings keine quantitative Darstellung der Ergebnisse	15-gliedriges Modell (starr) (Rumpf, Arme und Beine) 3-dimensional
Crowninshield (1978) Johnston Andrews Brand	Gehen, Treppensteigen, Aufstehen aus sitzender Stellung	Filmanalyse	Bodenreaktionskraft	resultierende Kräfte und Momente im Hüftgelenk; Muskelkräfte	4-gliedriges Modell (starr) für ein Bein (Becken, Oberschenkel, Unterschenkel, Fuß) 3-dimensional zusätzl. EMG-Messung
Rahmani (1979) McGhee Weimer Koozekanani	Gehen	TV-Kameras	Bodenreaktionskraft + Angriffspunkt (nur zum Vergleich)	Bodenreaktionskraft und Angriffspunkt + übertragene Kräfte und Momente in allen Gelenken	8-gliedriges Modell (starr) mit 7 Massen (Rumpf, Becken, 2 Beine) 2-dimensional
Koozekanani (1980) Stockwell McGhee Firoozmand	ruhiges Stehen	TV-Kameras	Bodenreaktionskraft + Angriffspunkt (nur zum Vergleich)	Bodenreaktionskraft und Angriffspunkt; Vergleich mit Messung	4-gliedriges Modell (starr) (Rumpf, Oberschenkel, Unterschenkel, Fuß) 2-dimensional
Röhrle (1981) Sigolotto Sollbach	Gehen, Treppensteigen	Optoelektronisches Verfahren (Selspot)	Bodenreaktionskraft + Angriffspunkt	Kräfte in Hüfte, Knie und Sprunggelenk; Muskelkräfte	18-gliedriges Modell (starr) für menschlichen Körper 3-dimensional
Zarrugh (1981)	Gehen	elektronische Bewegungsaufnehmer	Bodenreaktionskraft + Angriffspunkt (nur zum Vergleich)	Bodenreaktionskraft und Angriffspunkt; Kräfte und Momente in Hüfte, Knie und Sprunggelenk; Leistung der Muskulatur und Vergleich mit der Energie, die zur Bewegungsausführung notwendig ist.	7-gliedriges Modell (Rumpf, 2 Beine) 3-dimensional
Winter (1983)	Joggen	Filmanalyse	Bodenreaktionskraft + Angriffspunkt	resultierende Kräfte und Momente in Hüfte, Knie und Sprunggelenk; Leistung der Muskulatur an jedem Gelenk	als Modell wird ein "standard link kinetic program" von Bresler u. Frankel (1950) verwendet
Harrison (1985) Lees McCullagh Rowe	Laufen	Filmanalyse (180 B/s)	Bodenreaktionskraft	Kräfte im Knie- und Sprunggelenk; Muskelkräfte	mehrgliedriges Modell (starr) für beide Beine

Im Gegensatz zu all diesen Arbeiten, die sich mit Bewegungsabläufen befassen, bei denen eine quasistatische Betrachtung möglich ist, findet man in der Literatur nur wenige Autoren, die ihre Untersuchungen auf den Bereich der dynamischen Bewegungsabläufe ausdehnten. Hier sind die Beschleunigungen, die die einzelnen Körperteile erfahren nicht mehr vernachlässigbar klein und müssen daher in allen Berechnungen berücksichtigt werden.
Erste eingehende Untersuchungen der äußeren Kräfte bei dynamischen Bewegungsabläufen wurden von Nigg und Denoth (1980) durchgeführt. Als Beispiel analysierten sie erstmals den zeitlichen Verlauf der Bodenreakionskraft bei einem Standhochsprung mit Landung auf der Ferse. Messungen mit einer Kraftmeßplatte zeigten, daß bei der Landung im Kurvenverlauf ein kurzzeitiges Kraftmaximum auftritt. Diese Kraftspitze kommt bei allen dynamischen Bewegungsabläufen wie Laufen, Hüpfen und bei Sprüngen vor.
Wie in der vorliegenden Arbeit im Abschnitt IV.1 genau dargestellt, definierten Nigg und Denoth (1980) eine Einteilung des Kurvenverlaufs in eine erste passive Phase, welche durch die Kraftspitze charakterisiert ist, und in eine nachfolgende aktive Phase. Diese Einteilung beruht auf den Reaktionsmöglichkeiten des menschlichen Körpers bei Einwirkung eines derartigen Kraftverlaufs. In der sehr kurzen ersten Phase des Kraftstoßes kann der Spannungszustand der Muskulatur willkürlich nicht verändert werden, während in der zweiten Phase die Muskulatur aktiv zur Abbremsung des Körpers eingesetzt wird. Gerade während der passiven Phase treten im menschlichen Körper hohe Beschleunigungen auf. Für diese Phase sind daher alle bisher für quasistische Bewegungen entwickelten Modelle ungeeignet.
Speziell zur Berechnung der inneren Kräfte im menschlichen Körper während der passiven Phase entwickelten Lemm (1979) sowie Nigg und Denoth (1980) ein dreigliedriges Modell

bestehend aus starren Teilgliedern bei dem ganz entscheidend das Deformationsverhalten des Bodens in die Bewegungsgleichungen eingeht. Der Einfluß der Muskulatur wird vernachlässigt.
Denoth (Nigg und Denoth, 1980) führte zusätzlich das Prinzip der "effektiven Masse" ein, das es ermöglicht für die Phase des Kraftstoßes die Größenordnung der Kräfte im Kniegelenk auf einfache Weise abzuschätzen. Die "effektive Masse" wird im Abschnitt IV.3d, erörtert.
Dem Hinweis von Denoth (1986), daß sich in der Realität die verschiedenen Körperteile während der Kraftstoßphase nicht wie starre Körper verhalten, liegen bereits erste Resultate der vorliegenden Arbeit zugrunde.
McGhee (1980) diskutiert schon bei der Ganganalyse das Problem, daß während des Aufsetzens der Ferse vom Boden her ein Kraftstoß wirkt und daß eine Möglichkeit der Berechnung der inneren Kräfte im Körper während dieser Phase in einem Modell liegt, das die Elastizität des Boden- bzw. des Fersenmaterials genau beschreibt. Er gibt allerdings an, daß darüber bisher noch keine Resultate vorliegen.
Baumann und Stucke (1980) untersuchten neben dem Gehen auch dynamische Bewegungsabläufe wie Sprint, Hochsprung und Weitsprung. Dabei wurden die Bodenreaktionskräfte gemessen und die Größenordnungen der einzelnen Kraftspitzen verglichen. Zusätzlich wurden von den Bewegungsabläufen Filmaufnahmen gemacht. Mit Hilfe dieser Messungen schlossen die Autoren auf den Verlauf der Übertragenen Momente im Sprung- und Kniegelenk für den gesamten Bewegungsablauf. Über ein einfaches Hebelmodell des Fußes wurde daraus die Kraft in der Achillessehne berechnet.
Auf die gleiche Weise verfährt Brüggemann (1985) bei der Analyse des Absprungs zum Salto rückwärts. Er bestimmt ebenfalls mit Hilfe von Bodenreaktionskraftmessungen und Filmaufnahmen des Bewegungsablaufes den Verlauf des übertragenen Moments im Sprunggelenk sowie die Kraft in der

Achillessehne.
In den beiden letztgenannten Arbeiten werden zur Berechnung der inneren Kräfte allerdings relativ einfache Modelle und Verfahren angewandt, deren Eignung zur Untersuchung von derart dynamischen Bewegungsabläufen zu überprüfen ist.

III. Das Modell

Zur Untersuchung der physikalischen Vorgänge im menschlichen Körper bei Bewegungsabläufen ist es notwendig, ein physikalisches Modell zu entwickeln, das geeignet ist, den tatsächlichen Bewegungsablauf möglichst gut zu beschreiben. Das Modell muß in seiner Struktur so gebaut sein, daß es die wesentlichen Freiheiten und Bewegungsmöglichkeiten enthält, die auch bei dem zu untersuchenden Bewegungsablauf des menschlichen Körpers auftreten. Damit können dann die charakteristischen Phänomene bei einer Bewegung wiedergegeben bzw. simuliert werden und es kann dann anhand eines solchen Modells auf die im Inneren des Körpers übertragenen Kräfte und Momente geschlossen werden. Je komplizierter und feinstrukturierter ein Modell ist, desto besser kann man mit ihm die tatsächlichen Gegebenheiten beschreiben. Auf der anderen Seite beinhaltet ein kompliziertes und mehrgliedriges Modell mehr Unbekannte als ein einfacheres Modell. So gilt es bei der Beschreibung eines Bewegungsablaufs mit Hilfe eines Modells abzuschätzen, wieviele Freiheitsgrade notwendig sind und wieviele Größen unbekannt sind. Demgegenüber ist dann die Zahl der möglichen Meßgrößen und gegebenen Zusatzbedingungen zu stellen.
Als Grundlage für derartige Überlegungen werden im folgenden die Verhältnisse für Modelle mit beliebig vielen Gliedern allgemein diskutiert und im weiteren Verlauf ein Beispiel eines Modells als Anpassung an den Bewegungsablauf des Abbremsvorgangs nach einem Niedersprung auf den Boden dargestellt.

1. Ebene Modelle bestehend aus n starren Gliedern

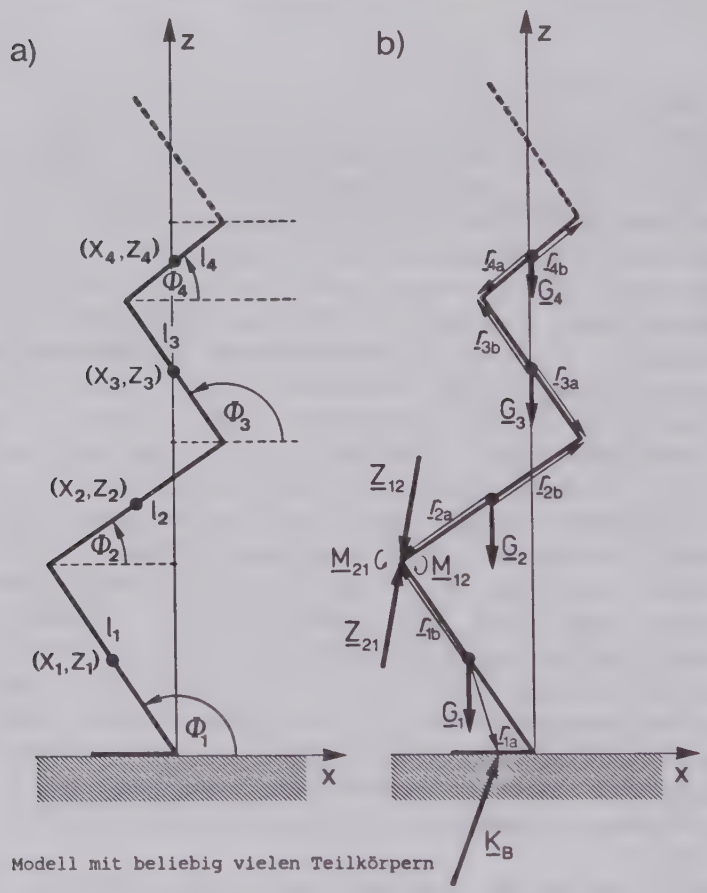

Abb.1a: Koordinaten
Die Lage eines jeden Teilkörpers im Koordinatensystem wird durch die Schwerpunktskoordinaten (x_i, z_i) sowie durch die Winkelstellung ϕ_i gegenüber der Horizontalen festgelegt

Abb.1b: Kräfte und Momente
Vom Boden her wirkt die Bodenreaktionskraft $\underline{K}_B$. An der Schnittstelle werden in jedem Gelenk vom oberen Teilkörper j auf den unteren Teilkörper i eine Zwangskraft Z_{ij} und ein Moment M_{ij} übertragen. Nach dem Prinzip "actio = reactio" wirken die entsprechenden Größen umgekehrt jeweils auch auf den oberen Teilkörper. Außerdem sind die Hebelarme der Zwangskräfte und der Bodenreaktionskraft bezüglich der jeweiligen Teilkörperschwerpunkte eingezeichnet. Die Gravitationskraft greift bei jedem Teilkörper in dessen Schwerpunkt an.

a) Freiheitsgrade, Koordinaten und Bewegungsgleichungen

Bei einem ebenen starren Modell besitzt jedes Glied grundsätzlich 3 Freiheitsgrade, nämlich zwei der Translation des Schwerpunkts und einen der Rotation des Teilkörpers um seinen Schwerpunkt. Ist n die Anzahl der Glieder, so besitzt das Modell 3n Freiheitsgrade, die mit 3n Koordinaten beschrieben werden.

3n Koordinaten: x_i , z_i , φ_i (i=1,...n)

wobei x_i und z_i die Lage des Teilkörperschwerpunkts und φ_i die Winkelstellung im Koordinatensystem definieren (siehe Abb.1a).
Zur Betrachtung der Kräfte und Momente, die auf die einzelnen Teilglieder wirken, legt man jeweils einen fiktiven Schnitt durch die Gelenke (siehe Abb.1b). Nach dem Prinzip actio = reactio werden zwischen den Teilkörpern Kräfte und Momente übertragen, die für die Bewegung der Teilglieder verantwortlich sind. Wirkt beispielsweise vom Boden her auf den Körper eine Bodenreaktionkraft K_B ein, die über den masselosen Fuß bezüglich des Koordinatenursprungs auch ein Moment M_B auf den Körper überträgt, so werden an den Schnittstellen resultierende Kräfte und Momente angesetzt. Bei solchen resultierenden Kräften, die an einem Schnitt durch ein Gelenk übertragen werden, handelt es sich um Zwangskräfte. Diese Zwangskräfte entstehen dadurch, daß die Bewegungsfreiheit des Gelenks der Zwangsbedingung unterliegt, daß die beiden Teilkörper an dieser Stelle verbunden sind und sich nur um eine Achse senkrecht zur Zeichenebene verdrehen können. Der Einfachheit halber verwenden wir im Verlauf der Arbeit für die resultierenden Kräfte, die an einem Schnitt durch ein Gelenk übertragen werden, beide Ausdrucksweisen.

Da es sich bei dem Modell um ein ebenes Problem handelt, ergeben sich für jeden Teilkörper 3 Bewegungsgleichungen, nämlich zwei für die Bewegung des Schwerpunkts in x-und z-Richtung und eine Drehmomentgleichung für die Bewegung relativ zum Schwerpunkt. Letztere besitzt, wegen der Betrachtung in der Ebene, nur eine Komponente in y-Richtung. Außerdem hat sie ein negatives Vorzeichen, da die Winkel entgegen dem Rechtsschraubensinn positiv definiert sind.
Für die n starren Teilkörper lauten damit die 3n Bewegungsgleichungen:

1. Teilkörper:

$$m_1 \ddot{x}_1 = K_{Bx} + Z_{12x} \qquad \text{(III.1a)}$$

$$m_1 \ddot{z}_1 = K_{Bz} + Z_{12z} - m_1 g \qquad \text{(III.1b)}$$

$$-\Theta_1 \ddot{\varphi}_1 = (\underline{r}_{1a} \times \underline{K}_B)_y + (\underline{r}_{1b} \times \underline{Z}_{12})_y + M_{12} \qquad \text{(III.1c)}$$

alle folgenden Teilkörper mit Ausnahme des letzten Teilkörpers: (i=2,...,n-1)

$$m_i \ddot{x}_i = -Z_{(i-1,i)x} + Z_{(i,i+1)x} \qquad \text{(III.1d)}$$

$$m_i \ddot{z}_i = -Z_{(i-1,i)z} + Z_{(i,i+1)z} - m_i g \qquad \text{(III.1e)}$$

$$-\Theta_i \ddot{\varphi}_i = (\underline{r}_{ia} \times (-\underline{Z}_{(i-1,i)}))_y + (\underline{r}_{ib} \times \underline{Z}_{(i,i+1)})_y - M_{(i-1,i)} + M_{(i,i+1)} \qquad \text{(III.1f)}$$

letzter Teilkörper:

$$m_n \ddot{x}_n = -Z_{(n-1,n)x} \qquad \text{(III.1g)}$$

$$m_n \ddot{z}_n = -Z_{(n-1,n)z} - m_n g \qquad \text{(III.1h)}$$

$$-\theta_n \ddot{\varphi}_n = \left(\underline{r}_{na} \times \left(-\underline{Z}_{(n-1,n)}\right)\right)_y - M_{(n-1,n)} \qquad \text{(III.1i)}$$

Diese 3n Bewegungsgleichungen enthalten noch als Unbekannte die an den Gelenkstellen übertragenen Größen:
2(n-1) Zwangskräfte und (n-1) Momente.
Anmerkung: Zur Bestimmung des vom Boden auf den Körper übertragenen Momentes der Bodenreaktionskraft $(\underline{r}_{1a} \times \underline{K}_B)_y$ in Gleichung (III.1c) muß der zeitliche Verlauf des Angriffspunkts $x_A(t)$ der Bodenreaktionskraft bekannt sein. Er ist implizit im Vektor $\underline{r}_{1a}$ enthalten (siehe Abb.1b). Näherungsweise wurde angenommen, daß der Angriffspunkt der Kraft seine Lage nur in der Kraftmeßplattenebene variiere, d.h. zu jedem Zeitpunkt gelte $z_A(t) = 0$.

Reduktion der Freiheitsgrade:
Allerdings besteht bei einem mehrgliedrigen Modell die Bedingung, daß die einzelnen Teilkörper zusammenhängen. Im einfachsten Fall, bei der Annahme idealer Gelenke bedeutet dies, daß jeweils der Endpunkt des einen Teilkörpers die gleichen Koordinaten wie der Anfangspunkt des folgenden Teilkörpers besitzt. Diese Bedingung führt zu einer Reduktion der Freiheitsgrade um 2(n-1). Damit besitzt ein solches n-gliedriges Modell (n+2) Freiheitsgrade. Sie können beschrieben werden durch die x- und z-Koordinaten eines Punktes des Modells (z.B. Gesamtschwerpunkt oder Fußpunkt), die die Lage des Modells in einem

Koordinatensystem festlegen, sowie durch n Winkelkoordinaten, die die Lage der Teilkörper zueinander beschreiben.
Demgegenüber kann auch die Zahl der Bewegungsgleichungen um 2(n-1) verringert werden, indem man in obigem Gleichungssystem (III.1a-i) die Zwangskräfte eliminiert. Damit erhält man (n+2) Gleichungen, nämlich die 2 Bewegungsgleichungen für den Gesamtschwerpunkt in x- und z-Richtung

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \ddot{x}_i = K_{Bx} \qquad \text{(III.2a)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \ddot{z}_i = K_{Bz} - \sum_{i=1}^{n} m_i g \qquad \text{(III.2b)}$$

sowie n Drehimpulsgleichungen für die einzelnen Teilkörper

1. Teilkörper:

$$-\Theta_1 \ddot{\phi}_1 = (\underline{r}_{1a} \times \underline{K}_B)_y + (\underline{r}_{1b} \times \underline{Z}_{12})_y + M_{12} \qquad \text{(III.2c)}$$

alle folgenden Teilkörper mit Ausnahme des letzten Teilkörpers:

$$-\Theta_i \ddot{\phi}_i = (\underline{r}_{ia} \times (\underline{Z}_{(i-1,i)}))_y + (\underline{r}_{ib} \times \underline{Z}_{(i,i+1)})_y - \\ - M_{(i-1,i)} + M_{(i,i+1)}$$

letzter Teilkörper: (III.2d)

$$-\Theta_n \ddot{\phi}_n = (\underline{r}_{na} \times (\underline{Z}_{(n-1,n)}))_y - M_{(n-1,n)} \qquad \text{(III.2e)}$$

Diese Drehimpulsgleichungen (III.2c-e) haben die gleiche Form wie im oben diskutierten Gleichungssystem (III.1c,1f,1i).

Man muß sich allerdings hier noch die Zwangskräfte ersetzt denken durch die im Anschluß angegebenen Ausdrücke. Die Einsetzung wurde an dieser Stelle nicht explizit durchgeführt, da damit die Übersichtlichkeit der Gleichungen verloren ginge. Durch die Elimination der Zwangskräfte aus den restlichen Bewegungsgleichungen des oben diskutierten Gleichungssystems (III.1) ergaben sich die folgenden Beziehungen für die Zwangskräfte

$$Z_{(i,i+1)x} = \sum_{l=1}^{i} m_l \ddot{x}_l - K_{Bx} \qquad \text{(III.3a)}$$

$$Z_{(i,i+1)z} = \sum_{l=1}^{i} m_l \ddot{z}_l + \sum_{l=1}^{i} m_l g - K_{Bz} \qquad \text{(III.3b)}$$

Werden diese Beziehungen noch in die Drehimpulsgleichungen (III.2c-e) eingesetzt, so hat man mit diesen Gleichungen und den beiden Bewegungsgleichungen für den Gesamtschwerpunkt (III.2a,b) ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem 2.Ordnung. Es besteht aus den n+2 Bewegungsgleichungen des n-gliedrigen Modells deren Lösung und Integration den zeitlichen Verlauf der n+2 Koordinaten liefern. Demnach ist mit diesem Differentialgleichungssystem (III.2) das n-gliedrige Modell vollständig beschrieben und jede Lösung des Systems liefert den entsprechenden Bewegungsablauf des Modells. Allerdings sind in diesem Gleichungssystem grundsätzlich noch folgende unbekannte Größen enthalten:
Der zeitliche Verlauf der Bodenreaktionskraft mit ihren Komponenten $K_{Bx}(t)$, $K_{Bz}(t)$ und dem Angriffspunkt $x_A(t)$ sowie n-1 Momente M(t), die in den Gelenken übertragen werden.
Da somit mehr Unbekannte als Gleichungen vorhanden sind, wirft die Lösung und Integration des Gleichungssystems vorerst Probleme auf. Es müssen also Möglichkeiten gefunden

werden, die überzähligen Unbekannten auf anderem Wege zu bestimmen und in das Gleichungssystem einzubringen. Im folgenden werden verschiedene Verfahren vorgestellt und ihre Durchführbarkeit diskutiert. Vorher erscheint es allerdings noch wesentlich, auf die Bedeutung der in den Gelenken übertragenen Momente M(t) hinzuweisen. Was drückt diese Größe anschaulich aus?
Jeder Bewegungsablauf des menschlichen Körpers erfordert den Einsatz von Muskelkräften, die vom Willen des Menschen gesteuert werden. Die Muskelkräfte bewirken durch die Übertragung von Drehmomenten M(t) in den Gelenken Rotationsbewegungen der einzelnen Körperteile, die in ihrer Gesamtheit den Bewegungsablauf ergeben. Da die Art und Weise des willentlichen Einsatzes der Muskulatur den zeitlichen Verlauf der übertragenen Momente bestimmt, wird einsichtig, daß sich der menschliche Wille in den Momenten M(t) niederschlägt und gerade diese Größen die wesentlichen Informationen über den Bewegungsablauf enthalten. Da während des Bewegungsablaufes vom menschlichen Körper auch durch den Einsatz der Muskulatur Kräfte auf den Boden übertragen werden, beeinflußt der Verlauf der Momente M(t) zum großen Teil den Verlauf der Bodenreaktionskraftkurve $K_B(t)$. Auf diesen Zusammenhang wird im Abschnitt IV.1 genauer eingegangen.

b) Verfahren zur Lösung des Gleichungssystems

Fall A)
Könnten all die zusätzlich unbekannten Größen z.B. durch Messung ermittelt werden, dann könnte das Gleichungssystem bei außerdem bekannten Anfangsbedingungen integriert werden. Damit wäre der Bewegungsablauf des Modells vollständig bestimmt.

Tatsächlich treten bei der Messung der Bodenreaktionskraft und ihres Angriffspunkts mit Hilfe einer Kraftmeßplatte keine größeren Probleme auf. Die Messung der in den Gelenken übertragenen Momente M(t) ist jedoch nicht realisierbar, da hierzu Meßsonden direkt in das Gelenk eingeführt werden müßten. Das heißt, das Gleichungssystem enthält dann noch n-1 zusätzliche Unbekannte und man muß daher nach anderen Lösungsmöglichkeiten suchen.

Fall B)

Auf der anderen Seite ist es im allgemeinen möglich, den Bewegungsablauf eines Körpers mit Hilfe der Filmanalyse zu bestimmen. Dabei werden die Koordinaten von geeigneten Meßpunkten auf der Haut abgetastet und durch Differenzieren dieser Werte kann man grundsätzlich auf Geschwindigkeiten und Beschleunigungen schließen. Welche Probleme dabei auftreten, ist im Abschnitt IV.4 diskutiert.

Auf diese Weise kann man die Schwerpunktskoordinaten, -geschwindigkeiten und -beschleunigungen der Körperteile des Menschen erhalten und diese Werte in die Bewegungsgleichungen (III.2) für das Modell einsetzen. Der Bewegungsablauf ist damit bekannt. Man erhält ein einfaches lineares Gleichungssystem zur Lösung von n+2 Unbekannten. Es könnten so z.B. der zeitliche Verlauf der Komponenten der Bodenreaktionskraft $K_{Bx}(t)$, $K_{Bz}(t)$ und Angriffspunkt $x_A(t)$ sowie alle n-1 übertragenen Momente M(t) berechnet werden.

Diese Methode, Bestimmung des Bewegungsablaufs aus der Filmanalyse, Einsetzung der Daten in die Bewegungsgleichungen und damit Berechnung von Kräften und Momenten, hat sich in der Biomechanik zu einem Standardverfahren entwickelt. Es sei an dieser Stelle allerdings vermerkt, daß dieses Verfahren Fehlerquellen in sich birgt, die im Abschnitt IV.4 eingehend besprochen

werden. Die Zuverlässigkeit der Aussagen sinkt rapide, sobald Bewegungen analysiert werden, die eine quasistatische Betrachtung nicht mehr zulassen. Das Verfahren kann aus diesen Gründen nur bei langsamen Bewegungsabläufen, die eine quasistatische Betrachtung erlauben, Anwendung finden.

Fall C)

Eine andere Möglichkeit zur Lösung des vorliegenden Differentialgleichungssystems 2.Ordnung besteht in folgendem Verfahren:

Man mißt solche Größen, die einer Messung mit bestmöglicher Auflösung zugänglich sind. Darunter fällt nachwievor die Bestimmung des zeitlichen Verlaufs der Bodenreaktionskraft und ihres Angriffspunkts mit Hilfe einer Kraftmeßplatte. Zusätzlich lassen sich aber auch an geeigneten Stellen des Körpers Beschleunigungsmesser anbringen und analog zur Kraftmessung kann man damit den zeitlichen Verlauf der Beschleunigung an solchen Punkten des Körpers aufnehmen. Mit derartigen Messungen ist es möglich, in den Bewegungsgleichungen für einzelne Beschleunigungen Meßwerte einzusetzen. Das Gleichungssystem bleibt damit trotzdem ein Differentialgleichungssystem, das integriert werden muß, bei dem jedoch einzelne Gleichungen entkoppeln.

Die Schwierigkeiten bei diesem Verfahren sind vor allem meßtechnischer Art:

Die Beschleunigungsmesser müssen möglichst starr an den Körperstellen befestigt werden, welche hohe Beschleunigungen erfahren. Dies sind die bodennahen Körperteile, die bei einem Aufprall nur einen geringen Bremsweg zur Verfügung haben. Für eine optimal starre Befestigung der Meßgeräte muß dabei eine aus vorwiegend knöchernen Anteilen bestehende Region gewählt werden, wie z.B. der Fußknöchel. Auch sollten die Meßgeräte zweckmäßigerweise so angebracht sein, daß sie nur genau eine Komponente der Beschleunigung messen,

also entweder die Vertikal- oder die Horizontalkomponente. Desweiteren ist darauf zu achten, daß die Beschleunigungen im Gleichungssystem möglichst einfach mit den gemessenen Beschleunigungen zusammenhängen, damit die Meßwerte leicht eingesetzt werden können. Außerdem bereitet auch die zeitliche Koordination der Kraftmessungen und der Beschleunigungsmessungen einige Schwierigkeiten.
Sind diese Probleme allerdings berücksichtigt, dann können mit Hilfe dieses Verfahrens überzählige Unbekannte im Gleichungssystem in ihrem genauen zeitlichen Verlauf ermittelt werden. Die Bestimmung des Bewegungsablaufes durch Lösung und Integration des Gleichungssystems wird damit recht genau und dieses Verfahren ist deshalb insbesondere auch dazu geeignet, Bewegungsabläufe mit hohen Beschleunigungen zu untersuchen.

Erweiterung des Modells durch zusätzliche Nebenbedingungen:
Dieses Grundmodell kann noch beliebig erweitert und den realen Verhältnissen noch besser angepaßt werden. Als Beispiel sei hier eine detailliertere Betrachtung der Gelenkstellen angeführt. Um Eigenschaften des Gelenkknorpels zu berücksichtigen, kann, statt der direkten Verbindung der Endpunkte zweier Teilkörper, eine elastische Kopplung eingeführt werden, d.h. an der Stelle des Gelenkes tritt ein Verschiebungsvektor auf. Die beiden Teilkörper sind damit im Gelenk auch gegeneinander verschiebbar und das Modell besitzt pro Gelenk 2 Freiheitsgrade mehr, die durch 2 zusätzliche Koordinaten beschrieben werden. Das Gleichungssystem wird dabei um 2n zusätzliche Bedingungsgleichungen für die Kopplungen in den Gelenken erweitert und bleibt daher, durch gleiche Zunahme der Zahl von Unbekannten und Gleichungen, lösbar.
Grundsätzlich hat man sich mit einem solchen Verfahren ein Modell erstellt, mit dem es möglich ist, den Bewegungsablauf

eines realen Körpers zu simulieren und dabei zu untersuchen, welche äußeren Kräfte am Körper angreifen und welche inneren Zwangskräfte auftreten.
Bei den Messungen am menschlichen Körper und ersten Modell-Rechnungen zeigte sich, daß bei einem Bewegungsablauf die Fersendeformation beim Auftreffen des menschlichen Körpers auf den Boden ganz entscheidenden Einfluß auf den Verlauf der wirkenden äußeren und inneren Kräfte besitzt.
Wir gehen dabei von Bewegungsabläufen aus, bei denen der menschliche Körper mit der Ferse auf den Boden auftrifft. Die Ferse stellt in unserem Modell das bodennahe Ende des Unterschenkels, genannt Fußpunkt, dar.
Da beim Auftreffen des Körpers dem Zusammenhang zwischen der Deformationsfähigkeit der Ferse bzw. des Fußpunkts und dem Verlauf der Bodenreaktionkraft eine wesentliche Bedeutung zukommt, wird im folgenden noch genauer darauf eingangen.

c) Äußere Kräfte und Fuß:
Befindet sich der Körper in der Luft, so wirkt als äußere Kraft nur die Gravitationskraft auf den Körper ein. Sobald er auf den Boden auftrifft, wirkt von dort her eine Bodenreaktionskraft, die am Berührungspunkt des Körpers mit dem Boden, z.B. an der Ferse, angreift und die Abbremsung des Körpers bewirkt. Nun ist die Ferse aber nicht unendlich starr, sondern besitzt ein Polster aus Gewebe, das bei Krafteinwirkung deformiert wird. Das heißt, zwischen dem Fußpunkt des untersten Körperglieds und dem Boden befindet sich eine deformierbare Schicht. Ähnliche Verhältnisse liegen vor, wenn der starre Boden eine deformierbare Auflage hat. Die Deformation und auch die Deformationsgeschwindigkeit bestimmen unweigerlich den zeitlichen Verlauf der Bodenreaktionskraft während des Aufpralls.
Es sei an dieser Stelle nur vermerkt, daß man aufgrund von

experimentellen Erfahrungen auch einen formelmäßigen Zusammenhang in der Art $K_{Bz} = f(z_F, \dot{z}_F)$ zwischen den Vertikalkomponenten der äußeren Kraft und der Fußpunktsbewegung, also Deformationsweg z_F und Deformationsgeschwindigkeit $\dot{z}_F$ finden kann. Die Komponente K_{Bx} kann als Reibungskraft beschrieben werden. Statt Messung der Kraft und Berechnung der Fußpunktsbewegung über das Modell, ist es damit umgekehrt möglich, bei bekannter Fußpunktsbewegung den zeitlichen Verlauf der Bodenreaktionskraft auszurechnen. Dieses Verfahren wird in den Beispielrechnungen beim eingliedrigen Modell aufgezeigt. Grundsätzlich ist jedoch festzuhalten, daß der zeitliche Verlauf der Bodenreaktionskraft - auf welche Weise er auch bestimmt wird - ganz entscheidend den zeitlichen Verlauf der Kräfte und Momente in den Gelenken bestimmt.
Der Kraft-Deformations-Zusammenhang der Ferse wird deshalb in einem eigenen Abschnitt IV.3 noch genauer dargelegt und diskutiert.

2. Ebene n-gliedrige Modelle mit Schwabbelmasse

In den ersten Rechnungen mit starren Modellen zeigte sich, daß sie eine relativ gute Annäherung für den menschlichen Körper bei langsamen Bewegungsabläufen darstellen. Wie oben diskutiert, verwendet man dabei als Input in die Bewegungsgleichungen die Messungen, die am realen Körper während des Bewegungablaufes abgenommen wurden, wie die Bodenreaktionskraft und die Beschleunigung des Knöchels. In diesen Meßkurven sind natürlich implizit alle Informationen über den Aufbau und die Struktur des realen Körpers enthalten, d.h. ihr zeitlicher Verlauf wird entscheidend von den mechanischen Eigenschaften des menschlichen Körpers bestimmt. Steckt man nun diese Messungen als Input in ein Modell des Körpers, so muß dieses in seinem mechanischen Verhalten dem menschlichen Körper möglichst ähnlich sein, um über den Umweg der Modellrechnung, Aussagen über die im menschlichen Körper auftretenden inneren Kräfte und Momente machen zu können.

Der Verlauf der Meßkurven wird in Abschnitt IV genauer diskutiert, doch sei an dieser Stelle vermerkt, daß in der Aufprallphase vom Boden her hohe Kräfte auf den menschlichen Körper einwirken, die hohe Beschleunigungen im Körper hervorrufen. Die Rechnung mit einem starren Modell mit dem am realen Körper gemessenen Input führt hier zu einer Diskrepanz:

Die berechneten inneren Kräfte und Momente erreichen hohe Spitzen im positiven und negativen Bereich und unterliegen großen Schwankungen, so daß der zeitliche Mittelwert über die Aufprallphase praktisch gleich Null ist (vgl. Abschnitt VI, Abb.26a-d). Solche Ergebnisse sind mit Sicherheit unrealistisch und zeigen nur die schlechte Anpassung des Modells an den menschlichen Körper für Phasen hoher Krafteinwirkungen und hoher Beschleunigungen. Für solche Phasen muß das mechanische Verhalten des realen menschlichen

Körpers eingehender untersucht werden und das Modell den körpereigenen Gegebenheiten besser angepaßt werden.
Die Frage ist also, welche Eigenschaften des menschlichen Körpers, struktureller oder materieller Art, sind gerade während der Aufprallphase von Wichtigkeit ?
In Filmen von Aufprallphasen, die mit hoher Bildgeschwindigkeit aufgenommen wurden, erkennt man deutlich, daß im menschlichen Körper die Zusammensetzung der Körperteile aus Knochen und Weichteilen, wie Muskulatur, Fettgewebe, Bänder und Haut, eine große Rolle spielt. Die köchernen Anteile werden schlagartig abgebremst, während die locker gekoppelten Weichteile noch frei fallen und erst ziemlich verzögert über die sehnigen Verbindungen zum Knochen eine Abbremsung erfahren und gedämpfte Schwingungen ausführen oder "schwabbeln". Das bedeutet, daß in der ersten Zeit des Auftreffens nicht die gesamte Masse des Körpers eine schlagartige Abbremsung erfährt, sondern daß die weicheren Körperanteile ein anderes Bewegungsverhalten zeigen als die Knochen. Dieser Effekt muß natürlich in einem Modell berücksichtigt werden. Eine viel bessere Anpassung stellt deshalb ein erweitertes Modell dar, bei dem jeder Teilkörper aus einem knöchernen Anteil und einer "Schwabbelmasse" besteht, die gegenüber dem Knochen linear verschieblich und verdrehbar ist und deren Verbindung zum Knochen aus einer gedämpft-elastischen Kopplung besteht. Ein solches Modell - wieder für beliebig viele Glieder - soll im folgenden vorgestellt werden.

a) Freiheitsgrade und Koordinaten:

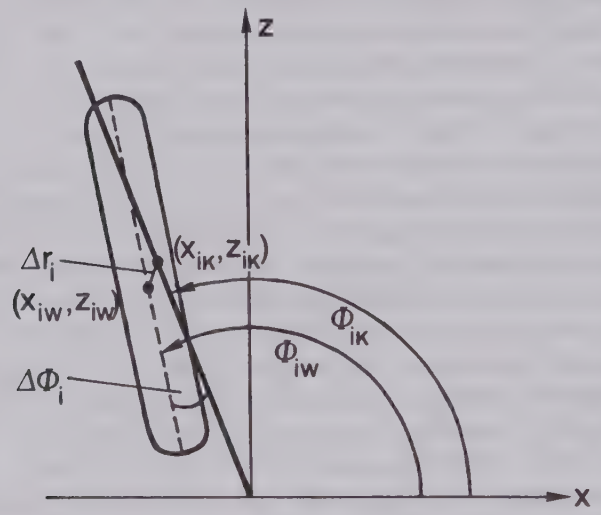

Abb.2: Aufbau eines Teilkörpers bestehend aus Knochen und angekoppelter Schwabbelmasse. Es sind die Koordinaten des Knochenschwerpunkts (x_{iK}, z_{iK}) und des Schwerpunkts der Schwabbelmasse (x_{iw}, z_{iw}) sowie die Winkelstellungen ϕ_{iK} und ϕ_{iw} beider Anteile gegenüber der Horizontalen eingezeichnet. Die Verschiebung zwischen Knochen und Schwabbelmasse wird mit Δr_i und die Verdrehung mit $\Delta\phi_i$ angegeben.

Die Ankopplung einer Schwabbelmasse an jedes knöcherne Element des n-gliedrigen Modells liefert für jeden Teilkörper zusätzlich 2 Freiheitsgrade der Verschiebung und 1 Freiheitsgrad der Rotation der Schwabbelmasse relativ zum Knochen. So erhöht sich die Zahl der Freiheitsgrade für das gesamte Modell gegenüber der starrgliedrigen Version um 3n. Das Modell besitzt demnach insgesamt 4n+2 Freiheitsgrade. Zur Beschreibung der zusätzlichen Freiheitsgrade werden folgende 3n Relativkoordinaten (siehe Abb.2) eingeführt:

2n Koordinaten der Verschiebung Δx_i, Δz_i (i=1,...,n)
n Koordinaten der Verdrehung $\Delta \phi_i$
der Schwabbelmasse

Diese Koordinaten werden in zusätzlichen Bewegungsgleichungen verwendet, die die Bewegung der Schwabbelmassen relativ zu den Knochenschwerpunkten beschreiben. Die Gleichungen werden im Abschnitt III.2c diskutiert. Ursache dieser Bewegungen sind quasi-elastische Kräfte mit Dämpfungen sowie Momente, die jeweils vom Knochen auf die Schwabbelmasse und, nach "actio = reactio", auch umgekehrt übertragen werden, d.h. beide Teile sind gedämpft-elastisch gekoppelt. Die Gesetzmäßigkeit dieser Kopplungen soll im weiteren näher untersucht werden.

b) Kopplungen:
Die Kopplungen zwischen Knochen und Schwabbelmassen werden durch quasi-elastische Kräfte mit Dämpfung und durch übertragene Momente beschrieben. Die Schwierigkeit liegt darin, eine möglichst einfache Beziehung zwischen der aufgewendeten Kraft und der Auslenkung der Schwabbelmasse zu finden, die, zusammen mit einem Dämpfungsterm, das natürliche Verhalten der Weichteile relativ gut wiedergibt. Ebenso muß ein realistischer Zusammenhang zwischen dem übertragenen Moment auf der einen Seite und der Verdrehung und Verdrehungsgeschwindigkeit der Schwabbelmasse gegenüber dem Knochen gefunden werden.
In der Literatur gibt es aus diesem Bereich einige wenige Spannungs-Dehnungs-Kurven entweder von Sehnen oder einzelnen Muskeln (vgl. Yamada 1973, Hatze 1981, Minns u.Tinckler 1976). Sie waren vom Körper abgetrennt, als einzelne freie Elemente, analysiert worden. Über das Verhalten der Weichteile als Gesamtheit liegen allerdings keine Untersuchungen vor und es müssen näherungsweise gültige Relationen anhand der bisherigen Ergebnisse über die

einzelnen Elemente aufgestellt werden. So wird allgemein in der Literatur für die Zugfestigkeit einer Sehne oder auch eines Muskels eine Maximalspannung in der Größenordnung von 10^7 N/m² angegeben. Im präparierten Zustand, d.h. vom Körper abgetrennt, erreichen Sehnen eine Auslenkung von ca. 25%, Muskeln von ca. 60-70% der Ausgangslänge. Im natürlichen Zustand am Körper und bei normaler Grundaktivität kann bei Muskeln allerdings nur mit einer Verlängerungsmöglichkeit von ca. 20% gerechnet werden. Der Verlauf dieser Spannungs-Dehnungs-Kurven ist nicht linear und wird näherungsweise mit einem Potenzgesetz beschrieben mit dem Exponenten 3 bzw.4.
Es lag deshalb nahe, folgenden Zusammenhang zwischen der Kraft F, die vom Knochen als rücktreibende Kraft auf die um $\Delta\underline{r}$ ausgelenkte Schwabbelmasse mit der Querschnittsfläche f wirkt, anzusetzen:

$$F = \text{const.} \cdot (\Delta\underline{r})^3 \cdot f \qquad \text{(III.4)}$$

Die Konstante entscheidet dabei über die Frequenz der Schwingung, die von dieser Kraft angeregt wird. Unterscheidet man bei der Auslenkung $\Delta\underline{r}$ zwischen einer Auslenkung ξ_l der Schwabbelmasse in longitudinaler Richtung und ξ_t in transversaler Richtung zum Knochen, so setzt sich die Kraft aus zwei Anteilen zusammen, die die beiden Konstanten c_l und c_t enthalten. Sie charakterisieren die verschiedenen Schwingungsfrequenzen der Schwabbelmasse in longitudinaler und transversaler Richtung zum Knochen. Die beiden Komponenten in x- und z-Richtung der zwischen Knochen und Schwabbelmasse übertragenen Kraft lauten somit für jeden Teilkörper des n-gliedrigen Modells: (i=1,...n)

$$F_{ix} = \left[sgn(\xi_{il}) |\xi_{il}|^3 \cdot c_{il} (-\cos\phi_i) + sgn(\xi_{it}) |\xi_{it}|^3 \cdot c_{it} (\sin\phi_i) \right] \cdot f_i \qquad \text{(III.5a)}$$

$$F_{iz} = \left[sgn(\xi_{il}) |\xi_{il}|^3 \cdot c_{il} (-\sin\phi_i) + sgn(\xi_{it}) |\xi_{it}|^3 \cdot c_{it} \cdot \cos\phi_i \right] \cdot f_i \qquad \text{(III.5b)}$$

Für die Dämpfungsterme sind auch die Auslenkungsgeschwindigkeiten $\dot{\xi}_l$ und $\dot{\xi}_t$ zu berücksichtigen. Die Konstanten d_l und d_t bestimmen die Stärke der Dämpfung, also die Anzahl der Schwingungen, die die Schwabbelmasse ausführt, bis sie gegenüber dem Knochen wieder zur Ruhe kommt. Diese Konstanten sind demnach ein Maß für den Amplitudenabfall.
Für die Komponenten der Dämpfung läßt sich daher ansetzen:

$$D_{ix} = \left[d_{il} \xi_{il} \dot{\xi}_{il} (-\cos\phi_i) + d_{it} \xi_{it} \dot{\xi}_{it} (-\sin\phi_i) \right] \cdot f_i \qquad \text{(III.6a)}$$

$$D_{iz} = \left[d_{il} \xi_{il} \dot{\xi}_{il} (-\sin\phi_i) + d_{it} \xi_{it} \dot{\xi}_{it} \cos\phi_i \right] \cdot f_i \qquad \text{(III.6b)}$$

Die Dämpfungsterme addieren sich zu den Komponenten der übertragenen Kraft.
Die Auslenkungen und ihre Geschwindigkeiten setzen sich dabei aus den Koordinaten der Verschiebung zusammen, wie folgt:

$$\xi_{il} = -\Delta x_i \cos\phi_i - \Delta z_i \sin\phi_i \qquad \text{(III.7a)}$$

$$\xi_{it} = -\Delta x_i \sin\phi_i + \Delta z_i \cos\phi_i \qquad \text{(III.7b)}$$

$$\dot{\xi}_{il} = -\Delta\dot{x}_i \cos\phi_i + \Delta x_i \sin\phi_i \dot{\phi}_i - \Delta\dot{z}_i \sin\phi_i - \Delta z_i \cos\phi_i \dot{\phi}_i \qquad \text{(III.7c)}$$

$$\dot{\xi}_{it} = -\Delta\dot{x}_i \sin\phi_i - \Delta x_i \cos\phi_i \dot{\phi}_i + \Delta\dot{z}_i \cos\phi_i - \Delta z_i \sin\phi_i \dot{\phi}_i \qquad \text{(III.7d)}$$

An dieser Stelle sei noch auf eine Besonderheit hingewiesen, die sich bei der Übertragung der Kräfte zwischen Knochen und Schwabbelmasse ergibt.
Der gewählte Kraftansatz (III.4), bei dem die Auslenkung mit der dritten Potenz eingeht, stellt ein nichtlineares Kraftgesetz dar. Das bedeutet, daß durch diese Beschreibung die Kräfte zwischen Knochen und Schwabbelmasse zwar dem Prinzip "actio = reactio" folgen, ihre Resultierende im allgemeinen jedoch nicht auf der Verbindungslinie zwischen den beiden Schwerpunkten von Knochen und Schwabbelmasse liegt. Dadurch wird ein zusätzliches Drehmoment bewirkt, d.h. der Drehimpuls ist nicht erhalten. Diese Besonderheit tritt durch den Modellcharakter unseres Kraftansatzes auf. Bei realistischen Kräften zwischen Knochen und Weichteilen bleibt der Drehimpuls natürlich erhalten. Folglich ist es notwendig einen Korrekturterm M_{ikorr} einzuführen, der dieses zusätzliche Drehmoment aufgrund dieses Kraftansatzes wieder kompensiert. Der Korrekturterm ergibt sich wie folgt:

$$M_{ikorr} = \left[\Delta \underline{r}_i \times (\underline{F}_i + \underline{D}_i)\right]_y \qquad \text{(III.8a)}$$

bzw.

$$M_{ikorr} = \Delta z_i (F_{ix} + D_{ix}) - \Delta x_i (F_{iz} + D_{iz}) \qquad \text{(III.8b)}$$

Es sei hier noch erwähnt, daß dieser Term in die Drehimpulsgleichungen (III.10c,f,i) für die Knochen eingefügt wurde. Da dieser Term nur die Differenz zwischen dem Drehmoment vom Knochen auf die Schwabbelmasse und umgekehrt darstellt, ist dies eine Möglichkeit diese Korrektur anzubringen. Damit ist dann die Bedeutung des im folgenden diskutierten zwischen Knochen und Schwabbelmasse übertragenen Momentes und dessen Ansatz festgelegt. Der Korrekturterm ist allerdings nur theoretisch von Bedeutung, sein tatsächlicher Wert ist praktisch vernachlässigbar klein.

Das übertragene Moment, das für die Verdrehung $\Delta\phi$ der Schwabbelmasse mit der Geschwindigkeit $\Delta\dot{\phi}$ gegenüber dem Knochen verantwortlich ist, läßt sich durch folgende Relation beschreiben:

$$M_{iw} = a_i \Delta\phi_i + b_i \Delta\dot{\phi}_i \qquad \text{(III.9)}$$

Auch in dieser Gleichung tauchen zwei Parameter auf, nämlich a und b. Sie müssen, ebenso wie die Konstanten in den Gleichungen für die Kräfte und die Dämpfungen für den jeweils untersuchten Körper abgeschätzt und an das Problem angepaßt werden. Wir wollen dies im weiteren Verlauf der Arbeit anhand eines konkreten Beispiels aufzeigen und die dafür eingesetzten Werte diskutieren (siehe Abschnitt V.3e). An dieser Stelle sollte nur die allgemeine Form und Bedeutung dieser Parameter dargelegt werden.
In dem Modell sind nur die Schwabbelmassen an die Knochen gekoppelt, die ihrerseits wiederum durch Gelenke miteinander verbunden sind. Eine Kopplung der Schwabbelmassen untereinander besteht jedoch nicht.
Nach diesen Ausführungen über die Kopplungen, können nun die Bewegungsgleichungen für das n-gliedrige Modell mit Schwabbelmassen aufgestellt werden.

c) Bewegungsgleichungen:
Da das Modell mit Schwabbelmassen 4n+2 Freiheitsgrade besitzt, also 3n Freiheitsgrade mehr als das einfache starre Modell, müssen sich für das Gleichungssystem 3n zusätzliche Bewegungsgleichungen ergeben, nämlich
- 2n zusätzliche Bewegungsgleichungen für die Verschiebungen Δx_i und Δz_i zwischen Knochen- und Schwabbelmassen. Sie enthalten die elastischen Kräfte und Dämpfungen, die zwischen den beiden Teilen übertragen werden.

- n zusätzliche Drehmomentgleichungen für die Verdrehungen $\Delta\phi_i$, in welche die Momente eingehen, die zwischen Knochen und Schwabbelmassen übertragen werden.

Dieses Gleichungssystem soll im folgenden entwickelt werden. In den Ausdrücken bezeichnet der Index K die Terme für die Knochen und der Index W die Terme für die Weichteile oder Schwabbelmasse (vgl. Abb.2).

Bewegungsgleichungen Knochen:

1. Teilkörper:

$$m_{1K}\ddot{x}_{1K} = K_{Bx} + F_{1x} + D_{1x} + Z_{12x} \qquad \text{(III.10a)}$$

$$m_{1K}\ddot{z}_{1K} = K_{Bz} + F_{1z} + D_{1z} + Z_{12z} - m_{1K}g \qquad \text{(III.10b)}$$

$$-\theta_{1K}\ddot{\phi}_{1K} = (\underline{r}_{1a} \times \underline{K}_B)_y + (\underline{r}_{1b} \times \underline{Z}_{12})_y + M_{12} + M_{1W} + M_{1korr} \qquad \text{(III.10c)}$$

Alle weiteren Teilkörper mit Ausnahme des letzten Teilkörpers: (i=2,...,n-1)

$$m_{iK}\ddot{x}_{iK} = -Z_{(i-1,i)x} + Z_{(i,i+1)x} + F_{ix} + D_{ix} \qquad \text{(III.10d)}$$

$$m_{iK}\ddot{z}_{iK} = -Z_{(i-1,i)z} + Z_{(i,i+1)z} + F_{iz} + D_{iz} - m_{iK}g \qquad \text{(III.10e)}$$

$$-\theta_{iK}\ddot{\phi}_{iK} = (\underline{r}_{ia} \times (-\underline{Z}_{(i-1,i)}))_y + (\underline{r}_{ib} \times \underline{Z}_{(i,i+1)}) - M_{(i-1,i)} + M_{(i,i+1)} + M_{iW} + M_{ikorr} \qquad \text{(III.10f)}$$

letzter Teilkörper:

$$m_{nK}\ddot{x}_{nK} = -Z_{(n-1,n)x} + F_{nx} + D_{nx} \qquad \text{(III.10g)}$$

$$m_{nK}\ddot{z}_{nK} = -Z_{(n-1,n)z} + F_{nz} + D_{nz} - m_{nK}g \qquad \text{(III.10h)}$$

$$-\theta_{nK}\ddot{\phi}_{nK} = \left(\underline{r}_{na} \times (-\underline{Z}_{(n-1,n)})\right)_y - M_{(n-1,n)} + M_{nw} + M_{nkorr} \qquad \text{(III.10i)}$$

Bewegungsgleichungen Weichteile:

für alle Teilkörper: (i=1,...,n)

$$m_{iw}\ddot{x}_{iw} = -F_{ix} - D_{ix} \qquad \text{(III.11a)}$$

$$m_{iw}\ddot{z}_{iw} = -F_{iz} - D_{iz} - m_{iw}g \qquad \text{(III.11b)}$$

$$-\theta_{iw}\ddot{\phi}_{iw} = -M_{iw} \qquad \text{(III.11c)}$$

wobei die Zwangskräfte Z_{ij} und die Momente M_{ij}, die in den Gelenken zwischen den Knochen übertragen werden, unbekannte Größen sind, während die Kräfte F_i und die Dämpfungen D_i sowie die Momente M_{iw} Größen sind, die zwischen Knochen und Schwabbelmasse übertragen werden und durch die Bedingungsgleichungen der Kopplungen (III.5-9) bestimmt sind.
Das Gleichungssystem läßt sich auf 4n+2 Gleichungen reduzieren, indem man die Zwangskräfte Z_{ij} eliminiert. Führt man dann noch die Relativkoordinaten der Verschiebung und der Verdrehung ein,

$$\Delta x_{iw} = x_{iw} - x_{ik} \qquad \text{(III.12a)}$$

$$\Delta z_{iw} = z_{iw} - z_{ik} \qquad \text{(III.12b)}$$

$$\Delta \phi_{iw} = \phi_{iw} - \phi_{ik} \qquad \text{(III.12c)}$$

dann erhält man folgende 4n+2 Bewegungsgleichungen:

2 Gesamtschwerpunktsgleichungen: (i=1,..,n)

$$\sum_{i=1}^{n} m_i x_{ik} + \sum_{i=1}^{n} m_{iw} \Delta \ddot{x}_i = K_{Bx} \qquad \text{(III.13a)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_i z_{ik} + \sum_{i=1}^{n} m_{iw} \Delta \ddot{z}_i = K_{Bz} - \sum_{i=1}^{n} m_i g \qquad \text{(III.13b)}$$

2n Bewegungsgleichungen der Teilkörperschwerpunkte:

$$\Delta \ddot{x}_i = -(F_{ix} + D_{ix})/m_{iw} - \ddot{x}_{ik} \qquad \text{(III.13c)}$$

$$\Delta z_i = -(F_{iz} + D_{iz})/m_{iw} - \ddot{z}_{ik} - m_{iw} g \qquad \text{(III.13d)}$$

2n Drehmomentgleichungen:

1. Teilkörper:

$$-\theta_{1k} \ddot{\phi}_{1k} = (\underline{r}_{1a} \times \underline{K}_B)_y + (\underline{r}_{1b} \times \underline{Z}_{12})_y + M_{12} + M_{1w} + M_{1Korr} \qquad \text{(III.13e)}$$

$$-\theta_{1w} (\Delta \ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_{1k}) = -M_{1w} \qquad \text{(III.13f)}$$

alle weiteren Teilkörper mit Ausnahme des letzten Teilkörpers: (i=2,...n-1)

$$-\Theta_{iK}\ddot{\varphi}_{iK} = \left(\underline{r}_{ia} \times \left(-\underline{\underline{Z}}_{(i-1,i)}\right)\right)_y + \left(\underline{r}_{ib} \times \underline{\underline{Z}}_{(i,i+1)}\right)_y - \\ - M_{(i-1,i)} + M_{(i,i+1)} + M_{iw} + M_{ikorr} \qquad \text{(III.13g)}$$

$$-\Theta_{iw}\left(\Delta\ddot{\varphi}_i + \ddot{\varphi}_{iK}\right) = -M_{iw} \qquad \text{(III.13h)}$$

letzter Teilkörper:

$$-\Theta_{nK}\ddot{\varphi}_{nK} = \left(\underline{r}_{na} \times \left(-\underline{\underline{Z}}_{(n-1,n)}\right)\right)_y - M_{(n-1,n)} + M_{nw} + M_{nkorr} \qquad \text{(III.13i)}$$

$$-\Theta_{nw}\left(\Delta\ddot{\varphi}_n + \ddot{\varphi}_{nK}\right) = -M_{nw} \qquad \text{(III.13k)}$$

wobei die Zwangskräfte $\underline{\underline{Z}}_{ij}$ in den Drehmomentgleichungen eigentlich ersetzt werden durch die Ausdrücke, die aus den anderen Bewegungsgleichungen dafür gewonnen wurden. Da auch hier das Einsetzen die Gleichungen aber gleich wesentlich komplizierter erscheinen läßt und an dieser Stelle nur eine Übersicht über die Form der Bewegungsgleichungen gegeben werden soll, sind die Zwangskräfte in den Drehmomentgleichungen noch enthalten. Nach ihrer Elimination aus dem Gleichungssystem werden die Zwangskräfte über folgende Ausdrücke berechnet: (i=1,...n-1)

$$Z_{(i,i+1)x} = \sum_{\ell=1}^{i} m_{\ell K}\ddot{x}_{\ell K} - \sum_{\ell=1}^{i}\left(F_{\ell x} + D_{\ell x}\right) - K_{Bx} \qquad \text{(III.14a)}$$

$$Z_{(i,i+1)z} = \sum_{\ell=1}^{i} m_{\ell K}\ddot{z}_{\ell K} + \sum_{\ell=1}^{i} m_{\ell} g - \sum_{\ell=1}^{i}\left(F_{\ell z} + D_{\ell z}\right) - K_{Bz} \qquad \text{(III.14b)}$$

Mit diesen Gleichungen ist das n-gliedrige Modell mit Schwabbelmasse vollständig beschrieben. Gegenüber dem starren Modell ist es um 3n Freiheitsgrade der zusätzlich eingeführten Schwabbelmassen und damit um 3n neue Bewegungsgleichungen erweitert. Es sind darin zusätzliche Kräfte und Momente, die zwischen Knochen und Weichteilen übertragen werden, enthalten. Sie werden allerdings bestimmt durch Bedingungsgleichungen der Kopplungen (III.5-9). Darin kommen vorerst unbekannte Parameter vor, deren Größen aber durch Anpassung der Bewegung der Schwabbelmassen an das Verhalten der Weichteile beim realen Körper festgelegt werden können. Das heißt, es müssen keine neuen Größen gemessen werden, sondern es gelten im Prinzip die gleichen Voraussetzungen wie beim starren Modell. Allerdings kann das Modell mit Schwabbelmasse den Input, also die am realen Körper vorgenommenen Messungen, besser interpretieren, da es Struktur und Verhalten des menschlichen Körpers in seinen Bewegungsmöglichkeiten besser wiedergibt.

Grundlage für den Umgang mit vielgliedrigen Modellen oder kinematischen Ketten ist jedoch ersteinmal das Verständnis der Vorgänge beim Aufprall eines eingliedrigen bzw. zweigliedrigen Körpers. Im folgenden werden deshalb die Zusammenhänge beim Auftreffen anhand einiger einfacher Beispiele ausführlich untersucht.

3. Beispiele

a) Eingliedriges starres Modell

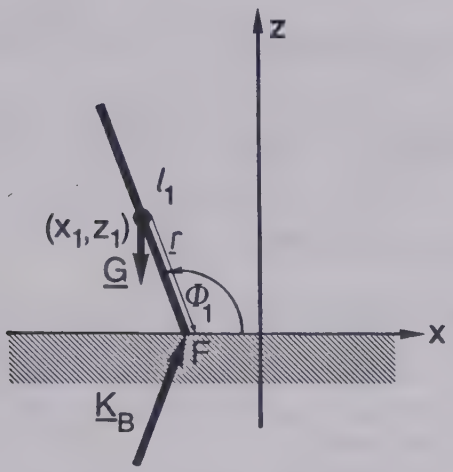

Abb.3: Koordinaten, Parameter und Kräfte
beim eingliedrigen starren Modell
(x_1,z_1) = Schwerpunktskoordinaten
l_1 = Stablänge
$\underline{r}$ = Abstandsvektor vom Schwerpunkt zum Angriffspunkt der Bodenreaktionskraft
F = Fußpunkt
$\underline{G}$ = Gewichtskraft
$\underline{K}_B$ = Bodenreaktionskraft

Führt man zur Beschreibung des Modells die Koordinaten

x_F, z_F für die Lage des Fußpunkts
Φ_1 für die Verdrehung um den Schwerpunkt

ein, so besteht mit den Schwerpunktskoordinaten und ihren Ableitungen der folgende Zusammenhang:

$$x_1 = x_F + \frac{l_1}{2}\cos\phi_1 \quad , \qquad z_1 = z_F + \frac{l_1}{2}\sin\phi_1 \qquad \text{(III.15a,b)}$$

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_F - \frac{l_1}{2}\sin\phi_1\dot{\phi}_1 \, , \qquad \dot{z}_1 = z_F + \frac{l_1}{2}\cos\phi_1\dot{\phi}_1 \qquad \text{(III.16a,b)}$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_F - \frac{l_1}{2}\cos\phi_1\dot{\phi}_1^2 - \frac{l_1}{2}\sin\phi_1\ddot{\phi}_1 \qquad \text{(III.17a)}$$

$$\ddot{z}_1 = \ddot{z}_F - \frac{l_1}{2}\sin\phi_1\dot{\phi}_1^2 + \frac{l_1}{2}\cos\phi_1\ddot{\phi}_1 \qquad \text{(III.17b)}$$

Es folgen die Bewegungsgleichungen:

$$m\ddot{x} = K_{Bx} \qquad \text{(III.18a)}$$

$$m\ddot{z} = K_{Bz} - mg \qquad \text{(III.18b)}$$

$$\Theta\ddot{\phi}_1 = \underline{r} \times \underline{K}_B \qquad \text{(III.18c)}$$

mit dem Hebelarm

$$\underline{r} = \left[-\left(\frac{l}{2}\cos\phi_1 + x_F\right), \; -\left(\frac{l}{2}\sin\phi_1 + z_F\right)\right]$$

der Kraft $\underline{K}_B$ bezüglich des Schwerpunkts

Einsetzen des Ausdrucks für den Hebelarm in die Drehmomentgleichung (III.18c) liefert

$$\Theta\ddot{\phi}_1(-\underline{e}_y) = \left(r_z \cdot K_{Bx} - r_x \cdot K_{Bz}\right)\cdot\underline{e}_y$$

$$-\Theta\ddot{\phi}_1 = -\left(\frac{l}{2}\sin\phi_1 + z_F\right)\cdot K_{Bx} + \left(\frac{l}{2}\cos\phi_1 + x_F\right)\cdot K_{Bz}$$

Unter Verwendung der Gleichungen (III.15-17) ergibt sich für das eingliedrige Modell folgendes Gleichungssystem:

$$m\ddot{x}_F - m\frac{\ell}{2}\cos\phi_1\dot{\phi}_1^2 - m\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\ddot{\phi}_1 = K_{Bx} \quad \text{(III.19a)}$$

$$m\ddot{z}_F - m\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\dot{\phi}_1^2 + m\frac{\ell}{2}\cos\phi_1\ddot{\phi}_1 + mg = K_{Bz} \quad \text{(III.19b)}$$

$$-\theta\ddot{\phi}_1 = -\left(\frac{\ell}{2}\sin\phi_1 + z_F\right)\cdot K_{Bx} + \left(\frac{\ell}{2}\cos\phi_1 + x_F\right)\cdot K_{Bz} \quad \text{(III.19c)}$$

Dies ist ein Differentialgleichungssystem 2.Ordnung zur Bestimmung der Zeitabhängigkeit der Koordinaten x_F, z_F und ϕ_1. Bevor dieses Gleichungssystem diskutiert wird, sollen die Vorgänge beim Auftreffen des Stabes noch etwas genauer untersucht werden. Es wird vorausgesetzt, daß der Stab während des freien Falls seine Neigung nicht ändert, d.h. für diese Phase soll gelten:

ϕ_1 = const. und $\dot{\phi}_1 = 0$.

Trifft nun der Körper mit dem Stabende oder "Fußpunkt" (x_F, z_F) auf den Boden auf, so wirkt von dort auf den Stab die Bodenreaktionskraft $\underline{K}_B$. Diese Kraft beeinflußt die Bewegung des Schwerpunkts und die Bewegung relativ zum Schwerpunkt, also die Winkelgeschwindigkeit. Der Schwerpunkt erfährt eine Abbremsung und, da die Kraft am Fußpunkt angreift, besitzt sie bezüglich des Schwerpunkts ein Moment und der Stab wird in Rotation versetzt, d.h. er erhält eine Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}_1$ von endlichem Wert.

Die Frage, die uns interessiert lautet nun: Was passiert mit dem Fußpunkt (x_F, z_F) im Zeitpunkt des Auftreffens ?

Nimmt man an, daß der Fußpunkt beim Aufschlagen abrupt abgebremst wird und er sofort nach dem Auftreffen in Ruhe ist, dann ergibt sich nach den Gleichungen für die Schwerpunktsgeschwindigkeiten

$$\dot{x} = \dot{x}_F - \frac{\ell}{2}\sin\phi_1\dot{\phi}_1 \quad , \quad \dot{z} = \dot{z}_F + \frac{\ell}{2}\cos\phi_1\dot{\phi}_1$$

(III.16a,b)

folgende Situation: Die Geschwindigkeiten $\dot{x}$ und $\dot{z}$ würden sofort nach dem Auftreffen Null sein. Dabei müßte $\dot{\phi}_1$ in beiden Gleichungen von Null auf einen endlichen Wert springen, da die Schwerpunktsgeschwindigkeiten $\dot{x}$ und $\dot{z}$ nach dem Aufprall nicht Null sind. Diese Tatsache würde beim Aufprall eine Winkelbeschleunigung $\ddot{\phi}_1 \to \infty$ fordern und nach der Drehimpulsgleichung eine Bodenreaktionkraft unendlicher Größe. Dies ist sicher nicht realistisch.
Geht man dagegen davon aus, daß ab dem Auftreten der Bodenreaktionskraft die Winkelbeschleunigung $\ddot{\phi}_1$ endlich ist, dann kann nach obigen Beziehungen $\dot{x}_F$ und $\dot{z}_F$ nicht Null sein. Anschaulich heißt das, daß nach dem Auftreffen des Körpers auf den Boden der Fußpunkt noch eine Geschwindigkeit besitzt, d.h. er sinkt in den Boden ein und verursacht Deformation. Dabei kann sowohl das Boden- als auch das Stabmaterial, je nach Härte, mehr oder weniger deformiert werden. Der Schwerpunkt besitzt nach obigen Beziehungen in dieser Phase eine noch wesentlich größere Geschwindigkeit, die sich aus der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}_1$ und der Geschwindigkeit des Fußpunkts zusammensetzt. Erst nach dieser Aufprallphase hebt der Fußpunkt entweder wieder vom Boden ab oder er kommt zur Ruhe und es gilt: $\dot{x}_F = 0$, $\dot{z}_F = 0$. Im allgemeinen wird natürlich beim eingliedrigen Stab der Fußpunkt sofort wieder vom Boden abheben. Das eingliedrige Modell stellt aber gerade einen Sonderfall dar, da es keine Gelenkstelle besitzt, an der ein Drehmoment übertragen werden kann, welches zu einer aktiven Abbremsung des Körpers führen könnte, wie es eben bei mehrgliedrigen Modellen der Fall ist. Um jedoch das eingliedrige Modell analog zu mehrgliedrigen Modellen behandeln zu können, gehen wir von dem Fall aus, daß der Fußpunkt unseres eingliedrigen

Körpers nach dem Auftreffen am Boden "kleben" bleibt und der Körper danach frei umfällt. Statt der aktiven Abbremsphase nach dem Aufprall bei mehrgliedrigen Körpern, bei der der Fußpunkt auf den Boden gedrückt wird, handelt es sich hier also um den Sonderfall einer reinen Umfallbewegung. Der Einfachheit halber verwenden wir trotzdem in den folgenden Ausführungen auch beim eingliedrigen Körper die Bezeichnung "Abbremsbewegung", wie wir sie dann auch für die mehrgliedrigen Modelle verwenden werden.
Allgemein läßt sich also die Abbremsbewegung in 2 Anteile unterteilen:

a) Aufprall- und Deformationsphase nach deren Ende der Fußpunkt ruht
b) weitere, aktive Abbremsphase bis zum allgemeinen Stillstand bzw. beim eingliedrigen Körper bis zur Ruhelage nach dem Umfallen.

Für den gesamten Ablauf der Abbremsung des eingliedrigen Körpers gelten die obigen Bewegungsgleichungen und das daraus entwickelte Differentialgleichungssystem 2. Ordnung (III.19), das im folgenden näher betrachtet werden soll. Es enthält die Ableitungen der eingeführten Koordinaten x_F, z_F und ϕ_1 sowie die beiden Komponenten der Bodenreaktionskraft K_{Bx} und K_{Bz}. In diesen 3 gekoppelten Bewegungsgleichungen können im Prinzip sowohl die Beschleunigung $\ddot{x}_F$, $\ddot{z}_F$, $\ddot{\phi}_1$ als auch die Kräfte K_{Bx} und K_{Bz} Unbekannte sein.
Die eine Möglichkeit der Lösung des Gleichungssystems besteht darin, daß zwei der 5 unbekannten Größen durch Messung bestimmt werden.
Auf der anderen Seite kann man auch nach zwei zusätzlichen Bedingungsgleichungen suchen, die für den vorliegenden Bewegungsablauf zutreffen und das System auf 5 Gleichungen erweitern.

Zur Integration ist allerdings in allen Fällen noch die Kenntnis der Anfangsbedingungen $\dot{x}_F$, $\dot{z}_F$, $\dot{\phi}_1$, x_F, z_F, ϕ_1 für den Zeitpunkt t=0 des Auftreffens notwendig. Es liegt nahe, die beiden Komponenten K_{Bx} und K_{Bz} der Bodenreaktionskraft mit einer Kraftmeßplatte in ihrem zeitlichen Verlauf zu messen. Gibt man diese Meßwerte ein, dann kann das Gleichungssystem numerisch gelöst und integriert werden.
Völlig gleichwertig kann man statt der Bodenreaktionskraft auch z.B. die Beschleunigung des Fußpunkts ($\ddot{x}_F$, $\ddot{z}_F$) mit einem Beschleunigungsmesser bestimmen. Durch Auflösung der Bewegungsgleichungen ergeben sich daraus beide Komponenten der Bodenreaktionskraft und durch Integration wiederum der gesamte Bewegungsablauf.
Die andere Möglichkeit zur Bestimmung der 5 unbekannten Größen, nämlich zusätzliche Bedingungsgleichungen, kann z.B. durch eine Bodenfunktion gegeben sein. Das heißt, daß sich die Deformation des Bodens beim Auftreffen eines starren Körpers in bekannter Weise vollzieht und einer Gesetzmäßigkeit folgt, beispielsweise der Form:

$$K_{Bz} = f(z_F, \dot{z}_F) \qquad \text{(III.20a)}$$

$$K_{Bx} = \mu \cdot K_{Bz} \qquad \text{(III.20b)}$$

wobei K_{Bx} als reine Reibungskraft mit dem Reibungskoeffizienten μ angesetzt wird. Die Bodenreaktionskraft wird damit als Funktion des Deformationsweges z_F des Fußpunkts und der Deformationsgeschwindigkeit $\dot{z}_F$ beschrieben. Diese beiden zusätzlichen Gleichungen erlauben bei bekannten Anfangsbedingungen die Lösung und Integration des erweiterten Gleichungssystems.
Das bedeutet, daß beim eingliedrigen Modell, ohne Eingabe von Messungen, nur durch zwei zusätzliche Bedingungsgleichungen, sowohl der Bewegungsablauf als auch

beide Komponenten der Bodenreaktionskraft zu jedem Zeitpunkt berechnet werden kann.
Dieser Fall wurde von Denoth 1985 am Beispiel des eingliedrigen Modells mit Schwabbelmasse exakt durchgerechnet. Seine Überlegungen, Ansätze und Ergebnisse für diesen Fall sind im Abschnitt III.3b dargelegt.

Eine rein theoretische Behandlung des Problems - ohne Verwendung von Meßwerten:
Als eine Art Ergänzung unserer bisherigen Überlegungen soll an dieser Stelle eine weitere Ausführung folgen. Anhand des eingliedrigen Modells wird gezeigt, daß auch mit einfachsten Mitteln, also ohne Verwendung von Meßwerten oder Kenntnissen über das Verhalten des Bodens, dennoch grundsätzliche Aussagen über den Bewegungsablauf gemacht werden können.
Wir gliederten die Abbremsbewegung in zwei Anteile, nämlich in eine Aufprall- und Deformationsphase, in der der Fußpunkt noch eine Geschwindigkeit besitzt, also in den Boden einsinkt und ihn deformiert und in eine nachfolgende Abbremsphase, bei der der Fußpunkt in Ruhe ist und die Geschwindigkeit des ganzen Körpers auf Null reduziert wird.
Es sei hier nur erwähnt, daß diese beiden Phasen auch ganz deutlich im zeitlichen Verlauf der Vertikalkomponente der Bodenreaktionskraft (vgl. Abb.8) bei der Abbremsung mehrgliedriger Körper zu erkennen sind (siehe dazu Abschnitt IV).
Mißt man weder den Verlauf der Kraft noch den einer Beschleunigung, dann kann man die Phase des Aufpralls vom Augenblick des Auftreffens bis zum Stillstand des Fußpunkts nur als Gesamtheit betrachten, d.h. als Zeitraum, in dem der Körper eine Impulsänderung erfährt, dessen Dauer aber nicht bekannt ist. Die Dauer hängt ja wiederum von den Eigenschaften des Bodenmaterials ab, über die jedoch keine Kenntnisse vorhanden sind. In dieser Phase sind die Bewegungsgleichungen (III.19) nur über diesen gesamten

Zeitraum integrierbar. Auf diese Weise erhält man aber zumindest den Kraftstoß, das ist die integrale Größe $\int \underline{K}_B \, dt$, der die Impulsänderung verursacht, die der Körper während der Aufprallphase erfährt. Nimmt man an, daß während dieser Aufprallphase die Winkelstellung konstant bleibt, dann ist das System der 3 Bewegungsgleichungen analytisch integrierbar. Sind die Anfangsgeschwindigkeiten $\dot{x}_F$, $\dot{z}_F$, $\dot{\phi}_1$ für t=0 wiederum bekannt, dann lassen sich damit sowohl der Kraftstoß vom Boden als auch die damit beim Körper hervorgerufene Impulsänderung berechnen. Man erhält so die Ausgangsgeschwindigkeiten für die weitere Abbremsbewegung bzw. Umfallbewegung, bei der dann der Fußpunkt in Ruhe ist.

Es gelten die Bedingungen:
$t = t_0$ Auftreffen auf den Boden
$t = t_1$ Ende des Kraftstoßes (Fußpunkt ruht)

$$x_F(t_1) = \text{const.} \longrightarrow \dot{x}_F(t_1) = 0 \qquad \text{(III.21a)}$$

$$z_F(t_1) = \text{const.} \longrightarrow \dot{z}_F(t_1) = 0 \qquad \text{(III.21b)}$$

Damit läßt sich das Gleichungssystem über den Zeitraum von t_0 bis t_1 einmal analytisch integrieren und man erhält: (Winkel ϕ_1 sei in dieser Phase konstant)

$$m\,\Delta\dot{x}_F - m\,\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\,\Delta\dot{\phi}_1 = \int K_{Bx}\,dt \qquad \text{(III.22a)}$$

$$m\,\Delta\dot{z}_F + m\,\frac{\ell}{2}\cos\phi_1\,\Delta\dot{\phi}_1 + mg\,\Delta t = \int K_{Bz}\,dt \qquad \text{(III.22b)}$$

$$-\theta\,\Delta\dot{\phi}_1 = -\left(\frac{\ell}{2}\sin\phi_1 + z_F\right)\cdot\int K_{Bx}\,dt + \left(\frac{\ell}{2}\cos\phi_1 + x_F\right)\cdot\int K_{Bz}\,dt \qquad \text{(III.22c)}$$

Umrechnung auf Schwerpunktkoordinaten ergibt ($\lim \Delta t \to 0$):

$$m\,\Delta\dot{x} = \int K_{Bx}\,dt \qquad \text{(III.23a)}$$

$$m\,\Delta\dot{z} = \int K_{Bz}\,dt \qquad \text{(III.23b)}$$

$$-\Theta\,\Delta\dot{\phi} = -\left(\frac{\ell}{2}\sin\phi_1 + z_F\right)\cdot\int K_{Bx}\,dt + \left(\frac{\ell}{2}\cos\phi_1 + x_F\right)\cdot\int K_{Bz}\,dt \qquad \text{(III.23c)}$$

Aus diesen Gleichungen kann man dann nur in Abhängigkeit der dynamischen Größen vor dem Auftreffen ($\dot{x}_{vor}$, $\dot{z}_{vor}$, $\dot{\phi}_{1\,vor}$, ϕ_1) die Größe des Kraftstoßes $\int \underline{K}_B\,dt$ berechnen.
Geschwindigkeitsänderungen durch den Kraftstoß:

$$\Delta\dot{x} = \dot{x}_{nach} - \dot{x}_{vor} \qquad \text{(III.24a)}$$

$$\Delta\dot{z} = \dot{z}_{nach} - \dot{z}_{vor} \qquad \text{(III.24b)}$$

$$\Delta\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_{1\,nach} - \dot{\phi}_{1\,vor}$$

Da der Körper während des freien Falls keine Winkelgeschwindigkeit haben soll, gilt:

$$\dot{\phi}_{1\,vor} = 0\,, \qquad \Delta\dot{\phi}_1 = \dot{\phi}_{1\,nach} \qquad \text{(III.24c)}$$

Wenn der Fußpunkt ruht ($\dot{z}_F = 0$, $\dot{x}_F = 0$), gelten die Beziehungen:

$$\dot{x}_{nach} = -\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\,\dot{\phi}_{1\,nach} \quad ; \quad \dot{z}_{nach} = \frac{\ell}{2}\cos\phi_1\,\dot{\phi}_{1\,nach}$$

$$\dot{x}_{nach} = -\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\,\Delta\dot{\phi}_1 \quad ; \quad \dot{z}_{nach} = \frac{\ell}{2}\cos\phi_1\,\Delta\dot{\phi}_1$$

$$\Delta\dot{x} = -\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\,\Delta\dot{\phi}_1 - \Delta\dot{x}_{vor} \quad ; \quad \Delta\dot{z} = \frac{\ell}{2}\cos\phi_1\,\Delta\dot{\phi}_1 - \dot{z}_{vor} \qquad \text{(III.25a,b)}$$

Einsetzung dieser Beziehungen in das Gleichungssystem ergibt:

Bewegungsgleichungen

$$-m\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\Delta\dot{\phi}_1 - m\dot{x}_{vor} = \int K_{Bx}\,dt$$

$$m\frac{\ell}{2}\cos\phi_1\Delta\dot{\phi}_1 - m\dot{z}_{vor} = \int K_{Bz}\,dt$$

Drehimpulsgleichung

$$-\theta\Delta\dot{\phi}_1 = -\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\int K_{Bx}\,dt + \frac{\ell}{2}\cos\phi_1\int K_{Bz}\,dt$$

$$-\theta\Delta\dot{\phi}_1 = -\frac{\ell}{2}\sin\phi_1 m\Delta\dot{x} + \frac{\ell}{2}\cos\phi_1 m\Delta\dot{z}$$

$$-\theta\Delta\dot{\phi}_1 = m\frac{\ell^2}{4}\sin^2\phi_1\Delta\dot{\phi}_1 + m\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\dot{x}_{vor} + m\frac{\ell^2}{4}\cos^2\phi_1\Delta\dot{\phi}_1 - m\frac{\ell}{2}\cos\phi_1\dot{z}_{vor}$$

Damit lautet das Gleichungssystem für die Phase des Aufpralls

$$-m\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\Delta\dot{\phi}_1 - m\dot{x}_{vor} = \int K_{Bx}\,dt \qquad \text{(III.26a)}$$

$$m\frac{\ell}{2}\cos\phi_1\Delta\dot{\phi}_1 - m\dot{z}_{vor} = \int K_{Bz}\,dt \qquad \text{(III.26b)}$$

$$\left(\theta + m\frac{\ell^2}{4}\right)\Delta\dot{\phi}_1 = -m\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\dot{x}_{vor} + m\frac{\ell}{2}\cos\phi_1\dot{z}_{vor} \qquad \text{(III.26c)}$$

Mit den ersten beiden Gleichungen erhält man die Größe des Kraftstoßes allein aus der Kenntnis der Geometrie und Auftreffgeschwindigkeit. Auch die Größe der durch den Kraftstoß bewirkten Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}_1 = \Delta\dot{\phi}_1$ läßt sich damit allein aus den Auftreffgeschwindigkeiten des Schwerpunkts berechnen.

Zusammenfassend läßt sich also feststellen:
Während der Wirkung des Kraftstoßes $\int \underline{K}_B \, dt$ wird die Fußpunktsgeschwindigkeit auf Null reduziert, d.h. der Fußpunkt sinkt während des Aufpralls ein und kommt dann zur Ruhe. Dieser Zeitpunkt charakterisiert das Ende des ersten Kraftstoßes vom Boden. Obwohl man für diese Phase den zeitlichen Verlauf von Kraft und Bewegung nicht kennt, liefert die hier vorgestellte integrale Betrachtung die neuen Anfangsbedingungen für die zweite Phase der Abbremsbewegung.
Für diese anschließende Phase gelten dann die beiden zusätzlichen Bedingungen:
x_F = const. = 0
z_F = const. = 0
und man erhält ein System aus 5 Gleichungen mit den Anfangsbedingungen nach dem Kraftstoß:

$$m\ddot{x}_F - m\frac{\ell}{2}\cos\phi_1\dot{\phi}_1^2 - m\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\ddot{\phi}_1 = K_{Bx} \qquad \text{(III.27a)}$$

$$m\ddot{z}_F - m\frac{\ell}{2}\sin\phi_1\dot{\phi}_1^2 + m\frac{\ell}{2}\cos\phi_1\ddot{\phi}_1 = K_{Bz} - mg \qquad \text{(III.27b)}$$

$$-\Theta\ddot{\phi}_1 = -\left(\frac{\ell}{2}\sin\phi_1 + z_F\right)K_{Bx} + \left(\frac{\ell}{2}\cos\phi_1 + x_F\right)K_{Bz} \qquad \text{(III.27c)}$$

$$\ddot{x}_F = 0 \qquad \text{(III.27d)}$$

$$\ddot{z}_F = 0 \qquad \text{(III.27e)}$$

Dieses Gleichungssystem liefert für diese Phase den genauen zeitlichen Verlauf sowohl der Bewegung als auch beider Komponenten der Bodenreaktionskraft K_{Bx} und K_{Bz}.

Konkret reduzieren sich 5 Gleichungen auf eine Differentialgleichung für $\ddot{\phi}_1$, nämlich

$$-\left(\theta + m\frac{\ell^2}{4}\right)\ddot{\phi}_1 = \frac{\ell}{2}\cos\phi_1\, mg \qquad \text{(III.27f)}$$

Hieraus erhält man durch Integration den zeitlichen Verlauf von ϕ_1 und damit aus (III.27a,b) den der Bodenreaktionskraft $\underline{K}_B$.

b) Eingliedriges Modell mit Schwabbelmasse

Koppelt man an den eingliedrigen starren Körper noch eine Schwabbelmasse, die gegenüber diesem Körper verschiebbar und verdrehbar ist (vgl. Abb.2), so ergeben sich die Bewegungsgleichungen analog zum n-gliedrigen Modell mit Schwabbelmasse. Sie erscheinen hier in ihrer einfachsten Form und dienen als Ausgangspunkt zur Herleitung des Gleichungssystems für das eingliedrige Modell mit Schwabbelmasse.

Bewegungsgleichungen für den starren Körper, der den Knochen symbolisiert:

$$m_K \ddot{x}_K = K_{Bx} + F_x + D_x \qquad \text{(III.28a)}$$

$$m_K \ddot{z}_K = K_{Bz} + F_z + D_z - m_K g \qquad \text{(III.28b)}$$

$$-\theta_K \ddot{\phi}_K = (\underline{r}_K \times \underline{K}_B)_y + M_W \qquad \text{(III.28c)}$$

Bewegungsgleichungen für die Schwabbelmasse, die die Gesamtheit der Weichteile darstellt:

$$m_W \ddot{x}_W = -(F_x + D_x) \qquad \text{(III.29a)}$$

$$m_W \ddot{z}_W = -(F_z + D_z) - m_W g \qquad \text{(III.29b)}$$

$$-\theta_W \ddot{\phi}_W = -M_W \qquad \text{(III.29c)}$$

Die Bedingungsgleichungen für die Kopplung zwischen dem starren Körper und der Schwabbelmasse sind gegenüber dem n-gliedrigen Modell unverändert. Für die übertragenen Kräfte F_x und F_z gelten die Beziehungen (III.5a,b) mit den Konstanten c_ℓ und c_t und der Querschnittsfläche f der Schwabbelmasse. In den Ausdrücken für die Dämpfungen D_x und D_z (III.6a,b) sind außerdem die Konstanten d_ℓ und d_t enthalten und das übertragene Moment M_W (III.9) ist durch die Konstanten a und b bestimmt. Bei der späteren Berechnung müssen für all diese Größen Werte angegeben werden.

Für die Relativkoordinaten der Verschiebung und Verdrehung gelten die Beziehungen (III.12).

Setzt man diese Relativkoordinaten in die Bewegungsgleichungen für die Weichteile ein (III.29), so gilt:

$$m_W(\Delta\ddot{x} + \ddot{x}_K) = -(F_x + D_x) \qquad \text{(III.30a)}$$

$$m_W(\Delta\ddot{z} + \ddot{z}_K) = -(F_z + D_z) - m_W g \qquad \text{(III.30b)}$$

$$-\theta_W(\Delta\ddot{\phi} + \ddot{\phi}_K) = -M_W \qquad \text{(III.30c)}$$

Verwendet man in den beiden oberen Gleichungen für $\ddot{x}_K$, $\ddot{z}_K$ die Beziehungen (vgl. III.17a,b), die die Winkelkoordinate enthalten, so ergeben sich die ersten beiden Gleichungen (III.33a,b) im nachfolgenden Gleichungssystem.

Für die Gesamtschwerpunktsbewegung gelten die Beziehungen:

$$m_K \ddot{x}_K + m_W \ddot{x}_W = K_{Bx} \qquad \text{(III.31a)}$$

$$m_K \ddot{z}_K + m_W \ddot{z}_W = K_{Bz} - mg \qquad \text{(III.31b)}$$

$$\text{mit} \quad m = m_K + m_W \qquad \text{(III.32)}$$

Auch hier werden die Weichteilbeschleunigungen durch die Ausdrücke für die Relativkoordinaten (III.12) ersetzt und die Beschleunigungen des Knochens wiederum unter Einführung der Winkelkoordinate (vgl. III.17a,b) angeschrieben. Somit erhält man zwei weitere Gleichungen für das nachfolgende Gleichungssystem. Die beiden letzten Gleichungen bestehen aus den beiden Drehimpulsgleichungen (III.28c) und (III.30c), wobei der Vektor $\underline{r}_K$ für den Hebelarm in seine Komponenten aufgegliedert ist.
Somit ergibt sich für das eingliedrige Modell mit Schwabbelmasse das folgende Gleichungssystem:

$$\Delta\ddot{x} = -\frac{1}{m_W}\left(F_x + D_x\right) - \left(\ddot{x}_F - \frac{\ell}{2}\cos\phi_K\dot{\phi}_K^2 - \frac{\ell}{2}\sin\phi_K\ddot{\phi}_K\right) \qquad \text{(III.33a)}$$

$$\Delta\ddot{z} = -\frac{1}{m_W}\left(F_z + D_z\right) - \left(\ddot{z}_F - \frac{\ell}{2}\sin\phi_K\dot{\phi}_K^2 + \frac{\ell}{2}\cos\phi_K\ddot{\phi}_K\right) - m_W g \qquad \text{(III.33b)}$$

$$m_W\Delta\ddot{x} + m\ddot{x}_F - m\frac{\ell}{2}\cos\phi_K\dot{\phi}_K^2 - m\frac{\ell}{2}\sin\phi_K\ddot{\phi}_K = K_{Bx} \qquad \text{(III.33c)}$$

$$m_W\Delta\ddot{z} + m\ddot{z}_F - m\frac{\ell}{2}\sin\phi_K\dot{\phi}_K^2 + m\frac{\ell}{2}\cos\phi_K\ddot{\phi}_K = K_{Bz} - mg \qquad \text{(III.33d)}$$

$$-\theta_K\ddot{\phi}_K = -\left(\frac{\ell}{2}\sin\phi_K + z_F\right)K_{Bx} + \left(\frac{\ell}{2}\cos\phi_K + x_F\right)K_{Bz} + \\ + M_W + M_{Korr} \qquad \text{(III.33e)}$$

$$-\theta_W\left(\Delta\ddot{\phi} + \ddot{\phi}_K\right) = -M_W \qquad \text{(III.33f)}$$

Der Lösungsvektor dieses Differentialgleichungssystems 2. Ordnung besteht aus den zweigepunkteten Größen
$\Delta\ddot{x}, \Delta\ddot{z}, \Delta\ddot{\phi}, \ddot{x}_F, \ddot{z}_F, \ddot{\phi}_K$.
Sind sowohl die Kopplungen (vgl. III.5,6,9) als auch die beiden Komponenten der Bodenreaktionskraft K_{Bx} und K_{Bz} bekannt und ebenso die Anfangsbedingungen für t=0 gegeben,

so kann das System aufgelöst und integriert werden. Damit erhält man dann den zeitlichen Verlauf der Koordinaten $\Delta x, \Delta z, \Delta\phi$, x_F, z_F, ϕ_K , mit denen die 6 Freiheitsgrade des eingliedrigen Modells mit Schwabbelmasse beschrieben werden. Die Lösung des Problems würde natürlich prinzipiell nach dem Verfahren erfolgen: Eingabe der Bodenreaktionskraft aus Messungen in das Gleichungssystem und damit Berechnung des Bewegungsablaufes des Modells.
Allerdings handelt es sich bei diesem einfachen Modell ja nur um ein einzelnes Glied, das in seiner Struktur dem Verhalten der einzelnen Glieder des menschlichen Körpers angepaßt ist. Da der Mensch aber aus mehreren, zusammenhängenden Gliedern besteht, ist einsichtig, daß Messungen zur Eingabe in ein eingliedriges Modell am menschlichen Körper nicht durchführbar sind.
Trotzdem läßt dieses einfache Modell, dadurch, daß es schon wesentliche Eigenschaften des menschlichen Körpers simuliert, interessante Experimente theoretischer Art zu.
Denoth untersuchte 1985 am eingliedrigen Modell mit Schwabbelmasse ebenfalls den Bewegungsablauf der Landung nach freiem Fall. Mit Hilfe dieses Modells konnte er Aufschluß darüber geben, wie der charakteristische Verlauf der Bodenreaktionkraft beim Auftreffen eines menschlichen Körpers auf den Boden zustandekommt. Er wählte den schon im Verlauf dieser Arbeit diskutierten Weg, die Bodenreaktionkraft nicht aus Messungen in das Modell einzugeben, sondern umgekehrt, den Verlauf dieser Kraft zu berechnen. Dazu ist es notwendig, dem Gleichungssystem (III.33) zwei Bedingungsgleichungen über das Deformationsverhalten des Fersenpolsters bei Krafteinwirkung hinzuzufügen. Denn wie schon eingangs der Arbeit im Abschnitt III.1c dargelegt, besteht ein entscheidender Zusammenhang zwischen der Deformation des Auftreffpunktes, d.h. des Fersenpolsters beim Menschen, und dem Verlauf der Bodenreaktionskraftkurve, insbesondere der Vertikal-

komponente. Zu diesem wichtigen Problem führten wir gesonderte, eingehende Untersuchungen durch. Sie werden im Abschnitt IV.3 dargestellt und diskutiert. Dort wird auch eine analytische Formel angegeben, die den Zusammenhang zwischen der vertikalen Komponente der Bodenreaktionskraft und der vertikalen Deformation und Deformationsgeschwindigkeit des betrachteten Fersenpolsters sehr gut beschreibt. Sie wurde aus Messungen mit Hilfe der Ausgleichsrechnung bestimmt und es ergab sich:

$$K_{Bz} = 12.172 \cdot z_F^4 + 0.033 \cdot z_F^4 \cdot \dot{z}_F \qquad \text{(III.34)}$$

Denoth verwendete diesen Zusammenhang zur Bestimmung der Vertikalkomponente K_{Bz} der Bodenreaktionskraft. Für die Horizontalkompnente K_{Bx} mußte die Bewegungsmöglichkeit des Fersenpolsters in horizontaler Richtung berücksichtigt werden. Dafür setzte Denoth eine Federkraft mit Dämpfung an. Beim Auftreffen der Ferse spielen aber auch Haft- und Gleitreibung eine Rolle. Es interessiert an dieser Stelle jedoch nur die vom Modell auf die Unterlage übertragene Kraft. Deshalb führte Denoth einen masselosen "Schuh" ein, der Reibungsprobleme vom Boden her übernimmt. K_{Bx} ist daher die Horizontalkraft zwischen Schuh und Modell. Da der Schuh aber keine Masse hat, kann K_{Bx} als Horizontalkraft zwischen Boden und Modell angenommen werden.
Auf diese Weise fügte Denoth an das obige Gleichungssystem zwei zusätzliche Bedingungsgleichungen über das Verhalten des Fersenpolsters in vertikaler und horizontaler Richtung an.
Damit ist es nun möglich, K_{Bz} und K_{Bx} in den Lösungsvektor aufzunehmen und über das Gleichungssystem zu berechnen. Da nun die Bodenreaktionskraftkurven nicht durch Messung vorgegeben sind, sondern neben dem Bewegungsablauf des Modells als ein Ergebnis bei den Berechnungen herauskommen, kann hier der Einfluß der in das System einzugebenden

Variablen auf den Verlauf der Kraftkurven untersucht werden. Diese Variablen bestehen aus den Anteilen von starrer Masse und Schwabbelmasse und deren Trägheitsmomenten sowie den Kopplungsparametern, für die geeignete Werte gefunden werden mußten. Denoth zeigte, daß bei Einsetzung passender Werte für diese Variablen die berechneten Bodenreaktionskurven und Beschleunigungskurven des Modells in ihrer Struktur experimentell erhaltenen Kurven bei Landungen des menschlichen Körpers (vgl. Abb.8-12) sehr ähnlich sind. Denoth verwendete für die Massenverhältnisse und Kopplungsparameter die Werte eines Unterschenkels, die sich bei vielfachen Berechnungen zur Austestung unseres endgültigen dreigliedrigen Modells, wie es im Verlauf der Arbeit noch vorgestellt wird, als realistisch und am besten geeignet herausgestellt hatten.
So ergab sich:

$m = 5.0$ kg $\qquad \Theta = 0.06200$ kgm

$m_K = 1.7$ kg $\qquad \Theta_K = 0.02108$ kgm

$m_W = 3.3$ kg $\qquad \Theta_W = 0.04092$ kgm

$c_\ell = c_t = 4.20 \cdot 10^9$ $1/(m^4 s^2)$

$d_\ell = d_t = 2.48 \cdot 10^5$ $1/(m^3 s)$

$a = 100$ m^2/s^2 , $b = 0.5$ m^2/s

$f = 0.01$ m

Als Anfangswerte (t=0) zur Integration wurden gewählt:

$\dot{z}_F = -1.0$ m/s $\qquad \phi = 100$ °

$\dot{x}_F = 0.0$ m/s $\qquad \dot{\phi} = 0.0$ °/s

Die Ergebnisse der Berechnungen von Denoth für das eingliedrige Modell mit Schwabbelmasse sind in den nachfolgenden Abbildungen zusammengestellt.
(Man beachte die verschiedenen Maßstäbe in vertikaler Richtung!)

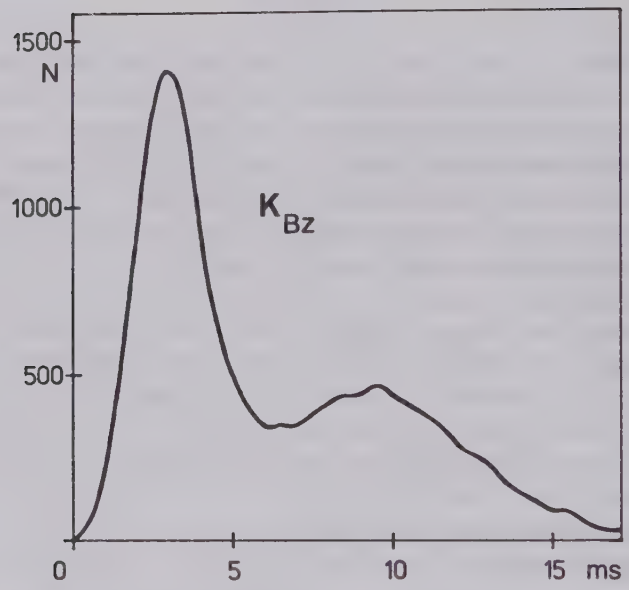

Abb.4a: Berechnete Vertikalkomponenete der Bodenreaktionskraft für das eingliedrige Modell mit Schwabbelmasse

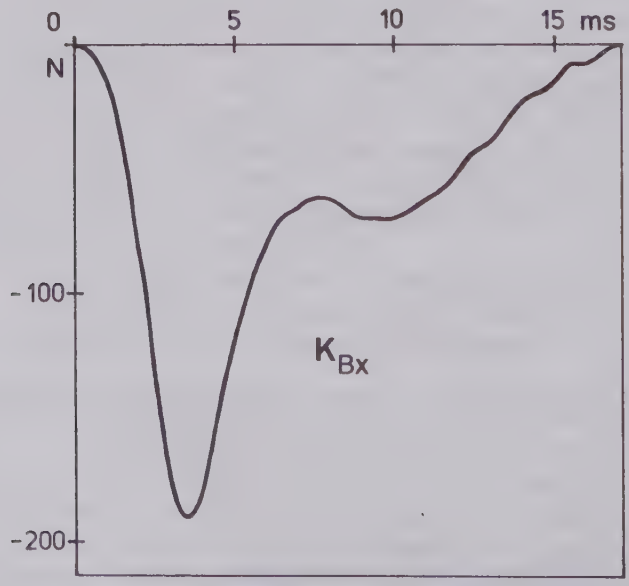

Abb.4b: Berechnete Horizontalkomponente der Bodenreaktionskraft in Vorwärts-Rückwärts-Richtung. Man beachte die verschiedenen Maßstäbe auf der Vertikalachse bei Abb.4a und Abb.4b.

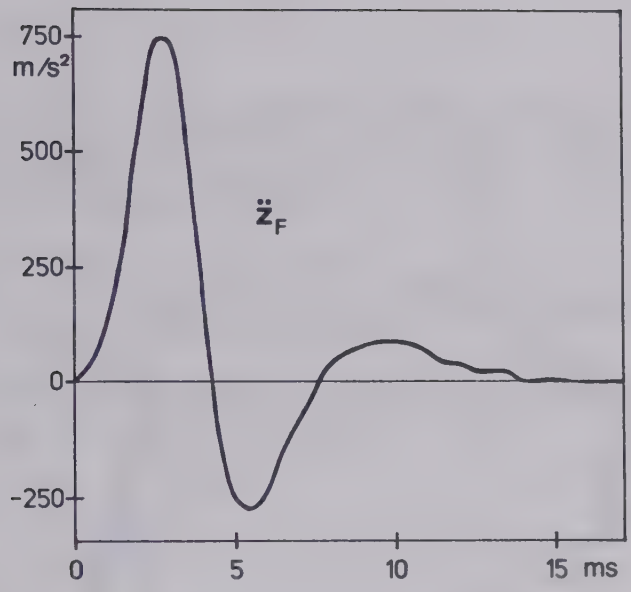

Abb.5a: Berechnete Vertikalkomponente der Fußpunktsbeschleunigung für das eingliedrige Modell mit Schwabbelmasse

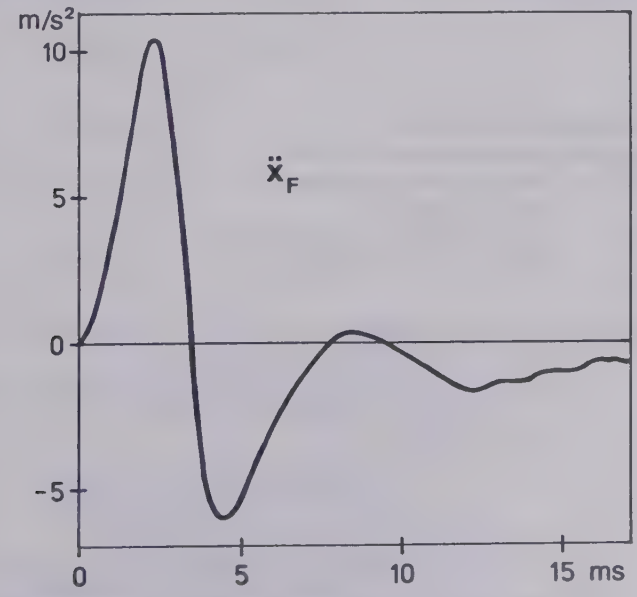

Abb.5b: Berechnete Horizontalkomponente der Fußpunktsbeschleunigung in Vorwärts-Rückwärts-Richtung. Man beachte die verschiedenen Maßstäbe auf der Vertikalachse von Abb.5a und Abb.5b.

c) Zweigliedriges starres Modell

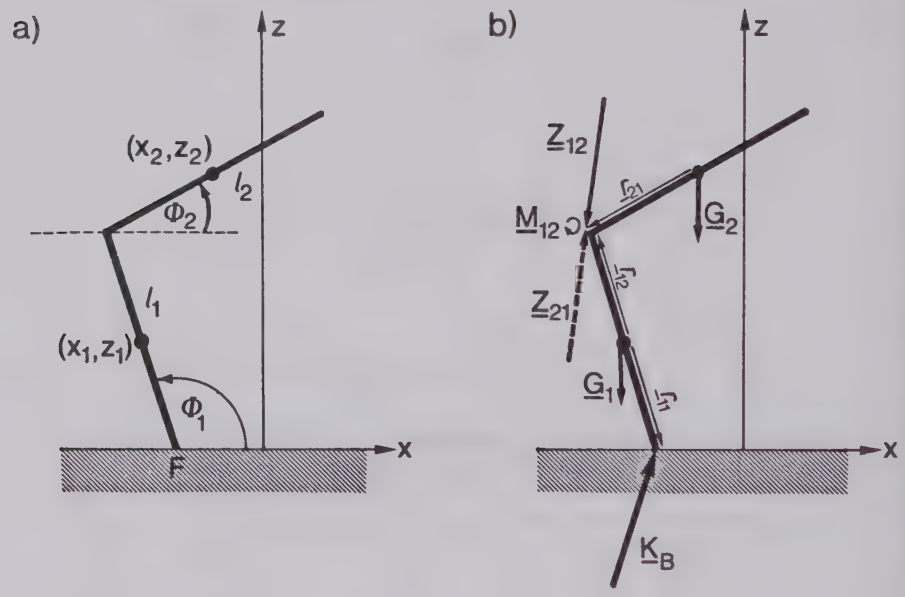

Abb.6a: Koordinaten und Parameter
beim zweigliedrigen starren Modell
(x_i, z_i) = Schwerpunktskoordinaten des Teilkörpers i
ϕ_i = Winkelstellung des Teilkörpers i
l_i = Länge des Teilkörpers i

Abb.6b: Kräfte und Momente
beim zweigliedrigen starren Modell
r_{ik} = Abstandsvektor vom Schwerpunkt des Teilkörpers i zum Angriffspunkt der Kraft
F = Fußpunkt
Z_{ij} = Von Teilkörper j auf Teilkörper i übertragene Zwangskraftkraft im Gelenk
M_{ij} = Von Teilkörper j auf Teilkörper i übertragenes Drehmoment im Gelenk
G_i = Gravitationskraft, die im Schwerpunkt des Teilkörpers i angreift

Das Modell hat 4 Freiheitsgrade und zu ihrer Beschreibung werden, analog zum eingliedrigen starren Modell, die folgenden Koordinaten eingeführt:

x_F , z_F für die Lage des Fußpunkts
ϕ_1 , ϕ_2 für die Verdrehung der Teilkörper 1 und 2 um ihren jeweiligen Schwerpunkt.

Dabei besteht mit den Schwerpunktskoordinaten und ihren Ableitungen der folgende Zusammenhang:

$$x_1 = x_F + \frac{l_1}{2}\cos\phi_1 \qquad \text{(III.15a)}$$

$$z_1 = z_F + \frac{l_1}{2}\sin\phi_1 \qquad \text{(III.15b)}$$

$$x_2 = x_F + l_1\cos\phi_1 + \frac{l_2}{2}\cos\phi_2 \qquad \text{(III.35a)}$$

$$z_2 = z_F + l_1\sin\phi_1 + \frac{l_2}{2}\sin\phi_2 \qquad \text{(III.35b)}$$

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_F - \frac{l_1}{2}\sin\phi_1\dot{\phi}_1 \qquad \text{(III.16b)}$$

$$\dot{z}_1 = \dot{z}_F + \frac{l_1}{2}\cos\phi_1\dot{\phi}_1 \qquad \text{(III.16a)}$$

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_F - l_1\sin\phi_1\dot{\phi}_1 - \frac{l_2}{2}\sin\phi_2\dot{\phi}_2 \qquad \text{(III.36a)}$$

$$\dot{z}_2 = \dot{z}_F + l_1\cos\phi_1\dot{\phi}_1 + \frac{l_2}{2}\cos\phi_2\dot{\phi}_2 \qquad \text{(III.36b)}$$

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_F - \frac{l_1}{2}\cos\phi_1\dot{\phi}_1^2 - \frac{l_1}{2}\sin\phi_1\ddot{\phi}_1 \qquad \text{(III.17a)}$$

$$\ddot{z}_1 = \ddot{z}_F - \frac{l_1}{2}\sin\phi_1\dot{\phi}_1^2 + \frac{l_1}{2}\cos\phi_1\ddot{\phi}_1 \qquad \text{(III.17b)}$$

$$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_F - l_1\cos\phi_1\dot{\phi}_1^2 - l_1\sin\phi_1\ddot{\phi}_1 - \frac{l_2}{2}\cos\phi_2\dot{\phi}_2^2 - \frac{l_2}{2}\sin\phi_2\ddot{\phi}_2 \qquad \text{(III.37a)}$$

$$\ddot{z}_2 = \ddot{z}_F - l_1\sin\phi_1\dot{\phi}_1^2 + l_1\cos\phi_1\ddot{\phi}_1 - \frac{l_2}{2}\sin\phi_2\dot{\phi}_2^2 + \frac{l_2}{2}\cos\phi_2\ddot{\phi}_2 \qquad \text{(III.37b)}$$

Beim zweigliedrigen Modell werden an der Verbindungsstelle eine Zwangskraft mit den Komponenten Z_{12x} , Z_{12z} und ein Drehmoment M_{12} übertragen. Da es sich um ein ebenes Problem handelt, hat das Moment nur eine Komponente in y-Richtung, also senkrecht zur Papierebene.
Die Übertragung dieser Größen im Gelenk erfolgt nach dem Prinzip "actio = reactio" und daher gilt:

$$\underline{Z}_{21} = -\underline{Z}_{12} \quad ; \quad M_{21} = -M_{12} \qquad \text{(III.38a,b)}$$

Es folgen die Bewegungsgleichungen:

$$m_1 \ddot{x}_1 = K_{Bx} + Z_{12x} \qquad \text{(III.39a)}$$

$$m_1 \ddot{z}_1 = K_{Bz} + Z_{12z} - m_1 g \qquad \text{(III.39b)}$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = Z_{21x} = -Z_{12x} \qquad \text{(III.39c)}$$

$$m_2 \ddot{z}_2 = Z_{21z} - m_2 g = -Z_{12z} - m_2 g \qquad \text{(III.39d)}$$

$$-\theta_1 \ddot{\phi}_1 = (\underline{r}_{11} \times \underline{K}_B)_y + (\underline{r}_{12} \times \underline{Z}_{12})_y + M_{12} \qquad \text{(III.39e)}$$

$$-\theta_2 \ddot{\phi}_2 = (\underline{r}_{21} \times \underline{Z}_{21})_y + M_{21} = (\underline{r}_{21} \times (-\underline{Z}_{12}))_y - M_{12} \qquad \text{(III.39f)}$$

Die Hebelarme der Drehmomente aller wirkenden Kräfte ergeben sich aus den Komponenten der Abstandsvektoren zu:

$$\underline{r}_{11} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_1 + x_F\right) \\ -\left(\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_1 + z_F\right) \end{pmatrix}; \qquad \text{(III.40a)}$$

$$\underline{r}_{12} = \begin{pmatrix} \frac{\ell_1}{2}\cos\phi_1 \\ \frac{\ell_1}{2}\sin\phi_1 \end{pmatrix} \quad , \quad \underline{r}_{21} = \begin{pmatrix} -\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_2 \\ -\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_2 \end{pmatrix} \qquad \text{(III.40b,c)}$$

Einsetzung der Hebelarme (III.40) sowie der zweimal abgeleiteten Koordinaten (III.17 und III.37) liefert das folgende Gleichungssystem:

$$\text{I)}\quad m_1\ddot{x}_F - m_1\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_1\dot{\phi}_1^2 - m_1\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_1\ddot{\phi}_1 = K_{Bx} + Z_{12x} \qquad \text{(III.41a)}$$

$$\text{II)}\quad m_1\ddot{z}_F - m_1\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_1\dot{\phi}_1^2 + m_1\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_1\ddot{\phi}_1 + m_1 g = K_{Bz} + Z_{12z} \qquad \text{(III.41b)}$$

$$\text{III)}\quad m_2\ddot{x}_F - m_2\ell_1\cos\phi_1\dot{\phi}_1^2 - m_2\ell_1\sin\phi_1\ddot{\phi}_1 - m_2\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_2\dot{\phi}_2^2 - m_2\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_2\ddot{\phi}_2 = -Z_{12x} \qquad \text{(III.41c)}$$

$$\text{IV)}\quad m_2\ddot{z}_F - m_2\ell_1\sin\phi_1\dot{\phi}_1^2 + m_2\ell_1\cos\phi_1\ddot{\phi}_1 - m_2\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_2\dot{\phi}_2^2 + m_2\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_2\ddot{\phi}_2 + m_2 g = -Z_{12z} \qquad \text{(III.41d)}$$

$$\text{V)}\quad -\Theta_1\ddot{\phi}_1 = -\left(\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_1 + z_F\right)K_{Bx} + \left(\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_1 + x_F\right)K_{Bz} + \frac{\ell_1}{2}\sin\phi_1 Z_{12x} - \frac{\ell_1}{2}\cos\phi_1 Z_{12z} + M_{12} \qquad \text{(III.41e)}$$

$$\text{VI)}\quad -\Theta_2\ddot{\phi}_2 = \frac{\ell_2}{2}\sin\phi_2 Z_{12x} - \frac{\ell_2}{2}\cos\phi_2 Z_{12z} - M_{12} \qquad \text{(III.41f)}$$

Neben dem Lösungsvektor bestehend aus den zweiten Ableitungen der 4 freien Koordinaten $\ddot{x}_F$, $\ddot{z}_F$, $\ddot{\phi}_1$, $\ddot{\phi}_2$ enthält dieses Gleichungssystem noch die generell unbekannten Größen

K_{Bx}, K_{Bz} 2 Komponenten der Bodenreaktionskraft
Z_{12x}, Z_{12z} 2 Komponenten der übertragenen Zwangskraft
M_{12} übertragenes Moment.

Elimination der Zwangskräfte Z_{12x} und Z_{12z} führen auf ein Gleichungssystem bestehend aus 4 Gleichungen:

$$\text{I)}\quad (m_1+m_2)\ddot{x}_F - (m_1+2m_2)\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_1\ddot{\phi}_1 - m_2\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_2\ddot{\phi}_2 = K_{Bx} + (m_1+2m_2)\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_1\dot{\phi}_1^2 + m_2\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_2\dot{\phi}_2^2 \qquad \text{(III.42a)}$$

$$\text{II)}\quad (m_1+m_2)\ddot{z}_F + (m_1+2m_2)\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_1\ddot{\phi}_1 + m_2\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_2\ddot{\phi}_2 = K_{Bz} + (m_1+2m_2)\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_1\dot{\phi}_1^2 + m_2\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_2\dot{\phi}_2^2 - (m_1+m_2)g \qquad \text{(III.42b)}$$

$$\text{III)}\quad -m_1\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_1\ddot{x}_F + m_1\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_1\ddot{z}_F - \left(\theta_1 - m_1\frac{\ell_1^2}{4}\right)\ddot{\phi}_1 = -(\ell_1\sin\phi_1 + z_F)K_{Bx} + (\ell_1\cos\phi_1 + x_F)K_{Bz} - \frac{\ell_1}{2}\cos\phi_1 m_1 g + M_{12} \qquad \text{(III.42c)}$$

$$\text{IV)}\quad -m_1\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_2\ddot{x}_F + m_1\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_2\ddot{z}_F + m_1\frac{\ell_1\ell_2}{4}\cos(\phi_1-\phi_2)\ddot{\phi}_1 - \theta_2\ddot{\phi}_2 = -\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_2 K_{Bx} + \frac{\ell_2}{2}\cos\phi_2 K_{Bz} - \frac{\ell_2}{2}\cos\phi_2 m_1 g - m_1\frac{\ell_1\ell_2}{4}\sin(\phi_1-\phi_2)\dot{\phi}_1^2 - M_{12} \qquad \text{(III.42d)}$$

Damit hat man also 4 Gleichungen zur Bestimmung des Lösungsvektors ($\ddot{x}_F$, $\ddot{z}_F$, $\ddot{\phi}_1$, $\ddot{\phi}_2$) sowie den generell auch unbekannten Größen

K_{Bx}, K_{Bz} Komponenten der Bodenreaktionskraft
M_{12} übertragenes Moment.

Ohne weitere Annahmen können mit Hilfe dieses Gleichungssystems 4 dieser Größen berechnet werden. Die restlichen 3 Größen müssen über den gesamten Bewegungsablauf hinweg durch Messung ermittelt werden. Besitzt man allerdings noch zwei zusätzliche Bedingungsgleichungen, wie eben z.B. einen Zusammenhang zwischen der Bodenreaktionskraft und einer deformierbaren Zwischenschicht, wie er im vorhergehenden Abschnitt genauer dargestellt wurde, dann stehen 6 Gleichungen zur Bestimmung der aufgeführten Unbekannten zur Verfügung. Somit ist es dann nur noch notwendig, z.B. eine Komponente der Bodenreaktionskraft zu messen. Alle anderen Größen können berechnet werden und bei gegebenen Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt t=0,
(x_F, z_F, ϕ_1, ϕ_2, $\dot{x}_F$, $\dot{z}_F$, $\dot{\phi}_1$, $\dot{\phi}_2$)
kann dieses erweiterte Gleichungssystem numerisch integriert werden. Damit ist der Bewegungsablauf des zweigliedrigen Modells vollständig bekannt.
Zwei völlig andere zusätzliche Bedingungsgleichungen, statt der Angabe einer Bodenfunktion, sind durch die Annahme gegeben, daß der Fußpunkt (x_F, z_F) nach Einwirkung des Kraftstoßes zur Ruhe komme. Dieser Fall wurde schon beim eingliedrigen starren Modell diskutiert. Es gelte demnach für die Zeit nach dem Kraftstoß der Aufprallphase
$\ddot{x}_F = 0$, $\ddot{z}_F = 0$.
Damit sind, allerdings nur für die zweite Phase der Abbremsbewegung, wiederum 6 Gleichungen gegeben und bei Messung von nurmehr einer Größe können alle anderen Unbekannten ermittelt werden. Die Anfangsbedingungen für

die Integration des Gleichungssystems in dieser zweiten Phase liefert eine integrale Betrachtung des Kraftstoßes, wie sie beim eingliedrigen starren Modell ausführlich beschrieben wurde.

4. Das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmasse und masselosem Fuß

Die bisherigen Ausführungen über mehrgliedrige Modelle zeigen, daß für die Untersuchung der Belastungen in Knie und Hüfte des menschlichen Körpers gerade ein dreigliedriges Modell von seiner Struktur her besonders gut geeignet ist.
Auf der einen Seite brauchen nicht mehr Meßgrößen eingegeben zu werden, als solche, die am menschlichen Körper mit hoher Genauigkeit aufgenommen werden können und die den Bewegungsablauf charakterisieren (Bodenreaktionskraft mit Angriffspunkt, Beschleunigungsmessungen am Fuß).
Auf der anderen Seite sind mit diesen Eingaben in das Gleichungssystem genau zwei übertragene Momente berechenbar, wie aus den Ausführungen zum n-gliedrigen Modell hervorgeht. Da das dreigliedrige Modell gerade zwei Gelenke besitzt, ist es hier möglich, alle übertragenen Momente zu berechnen. Das System der Bewegungsgleichungen ist daher vollständig bestimmt und kann ohne Verwendung weiterer Zusatzannahmen integriert werden. Mit der Lösung des Gleichungssystems ist der Bewegungsablauf gegeben und es können dann auch die in den Gelenken übertragenen Zwangskräfte und Momente berechnet werden.
Die am menschlichen Körper gemessenen Größen werden in das Modell eingegeben mit dem Ziel, einen zur Realität analogen Bewegungsablauf zu simulieren. Gleichzeitig sollen die eingegebenen Messungen damit auch analoge Kraftverhältnisse innerhalb des Modellkörpers bewirken.
Dies gelingt nur, wenn das Modell den wesentlichen Eigenschaften des menschlichen Körpers beim Bewegungsablauf angepaßt ist. Aus diesem Grund sind an die einzelnen Teilglieder Schwabbelmassen angekoppelt (vgl. Abb.7). Dieser Aufbau der Teilkörper wurde im Abschnitt III.2 ausführlich beschrieben.

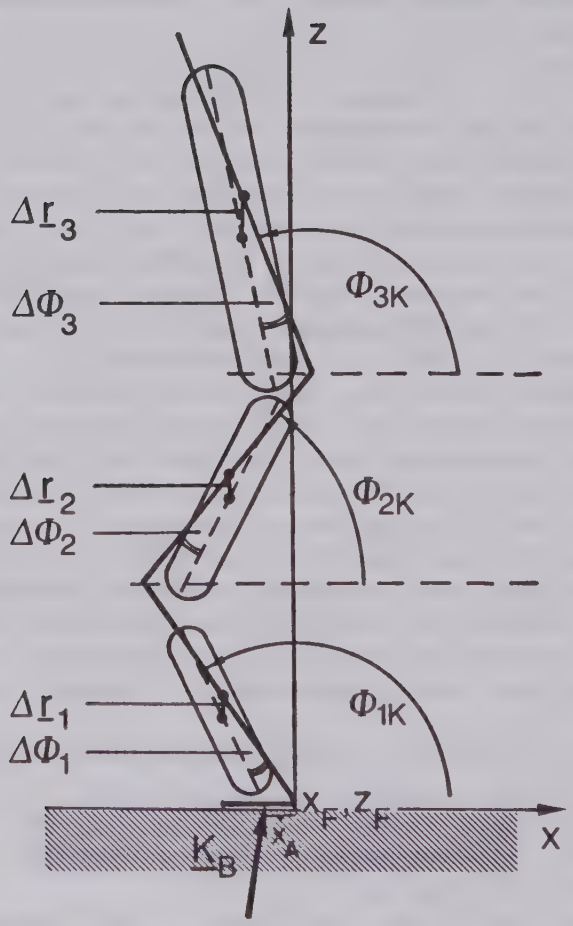

Abb.7: Das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmasse und masselosem Fuß

a) Modellparameter, Freiheitsgrade und Koordinaten

Das Modell besteht aus einem Unterschenkel (1) und einem Oberschenkel (2), in denen beide Beine zusammengefaßt sind, sowie einem Rumpf (3), der auch Kopf und Arme beinhaltet. Zusätzlich besitzt das Modell einen masselosen Fuß. Damit ist die Möglichkeit geschaffen, daß die Bodenreaktionskraft innerhalb der ganzen Fußlänge an verschiedenen Punkten angreifen kann. Das Variieren des Angriffspunktes muß berücksichtigt werden, da es wesentlich den Verlauf des Momentes beeinflußt, das durch die Bodenreaktionskraft auf den Körper übertragen wird.

Der Fuß wird in dem Modell näherungsweise als masselos angenommen. So brauchen für den Fuß keine weiteren Freiheitsgrade berücksichtigt zu werden und implizit wird vorausgesetzt, daß alle Kräfte vom Boden auf den Unterschenkel übertragen werden.

Die starren, durch Gelenke verbundenen Teilkörper repräsentieren die knöchernen Anteile des menschlichen Körpers. Ihre Massen und Trägheitsmomente für Unterschenkel, Oberschenkel und Rumpf sind

m_{1K}, m_{2K}, m_{3K} und Θ_{1K}, Θ_{2K}, Θ_{3K}.

Für die Schwabbelmassen, in denen alle Weichteile des Körpers zusammengefaßt sind, lauten die Massen und Trägheitmomente

m_{1W}, m_{2W}, m_{3W} und Θ_{1W}, Θ_{2W}, Θ_{3W}.

Bei den Trägheitsmomenten werden alle Teilkörper als Vollzylinder betrachtet mit den Längen

l_1, l_2 und l_3

für Unterschenkel, Oberschenkel und Rumpf sowie mit den Radien

r_{1K}, r_{2K}, r_{3K} und r_{1W}, r_{2W}, r_{3W}

für Knochen und Schwabbelmassen. Außerdem gelten folgende Beziehungen für die Massen der Teilkörper:

Unterschenkel: $m_1 = m_{1K} + m_{1W}$ (III.43a)
Oberschenkel : $m_2 = m_{2K} + m_{2W}$ (III.43b)
Rumpf : $m_3 = m_{3K} + m_{3W}$ (III.43c)
Gesamtmasse : $m_S = m_1 + m_2 + m_3$ (III.44)

Sowohl Massen als auch Trägheitsmomente werden als Relativgrößen eingegeben, d.h. sie sind durch das Gesamtkörpergewicht dividiert. Die Gesamtmasse m_S hat daher den Wert 1. Das Modell besitzt 14 Freiheitsgrade und diese werden mit folgenden Koordinaten beschrieben (siehe Abb.7).
Der Fußpunkt (x_F, z_F) legt die räumliche Lage des Modells fest. Die Stellung der knöchernen Teilkörper zueinander werden durch die Winkel ϕ_{1K}, ϕ_{2K} und ϕ_{3K} gegenüber der Horizontalen beschrieben. Relativ zu den Schwerpunkten der knöchernen Teilkörper ist die Lage der Schwabbelmassen-Schwerpunkte definiert durch die Verschiebungsvektoren $\Delta\underline{r}_1$, $\Delta\underline{r}_2$, $\Delta\underline{r}_3$. Die Verdrehungen der Schwabbelmassen gegenüber den Winkelstellungen der Knochen werden mit den Koordinaten $\Delta\phi_1$, $\Delta\phi_2$, $\Delta\phi_3$ festgelegt.

b) Bewegungsgleichungen

Die Aufstellung der Schwerpunktskoordinaten sowie die der Bewegungsgleichungen der Teilkörper sind im Anhang aufgeführt. Sie verlaufen vollkommen analog zu dem Verfahren wie es beim n-gliedrigen Modell mit Schwabbelmasse vorgestellt wurde. Für die Komponenten $\ddot{x}_F$ und $\ddot{z}_F$ der Fußpunktsbeschleunigung werden direkt die Werte aus den Beschleunigungsmessungen in horizontaler Richtung (XACC) und vertikaler Richtung (ZACC) eingegeben. Dies geschieht in zwei eigenen Gleichungen. Zur Bestimmung der 14 Koordinaten erhält man damit folgendes Gleichungssystem:

$$\text{I)}\quad \Delta\ddot{x}_1 - \frac{l_1}{2}\sin\phi_{1K}\ddot{\phi}_{1K} = \frac{l_1}{2}\cos\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K}^2 - \ddot{x}_F - \frac{1}{m_{1W}}\left(F_{1X} + D_{1X}\right) \tag{III.45a}$$

$$\text{II)}\quad \Delta\ddot{z}_1 + \frac{l_1}{2}\cos\phi_{1K}\ddot{\phi}_{1K} = \frac{l_1}{2}\sin\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K}^2 - \ddot{z}_F - \frac{1}{m_{1W}}\left(F_{1Z} + D_{1Z}\right) - g \tag{III.45b}$$

$$\text{III)}\quad \Delta\ddot{x}_2 - l_1\sin\phi_{1K}\ddot{\phi}_{1K} - \frac{l_2}{2}\sin\phi_{2K}\ddot{\phi}_{2K} = l_1\cos\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K}^2 + \frac{l_2}{2}\cos\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K}^2 - \ddot{x}_F - \frac{1}{m_{2W}}\left(F_{2X} + D_{2X}\right) \tag{III.45c}$$

$$\text{IV)}\quad \Delta\ddot{z}_2 + l_1\cos\phi_{1K}\ddot{\phi}_{1K} + \frac{l_2}{2}\cos\phi_{2K}\ddot{\phi}_{2K} = l_1\sin\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K}^2 + \frac{l_2}{2}\sin\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K}^2 - \ddot{z}_F - \frac{1}{m_{2W}}\left(F_{2Z} + D_{2Z}\right) - g \tag{III.45d}$$

$$\text{V)}\quad \Delta\ddot{x}_3 - l_1\sin\phi_{1K}\ddot{\phi}_{1K} - l_2\sin\phi_{2K}\ddot{\phi}_{2K} - \frac{l_3}{2}\sin\phi_{3K}\ddot{\phi}_{3K} = l_1\cos\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K}^2 + l_2\cos\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K}^2 + \frac{l_3}{2}\cos\phi_{3K}\dot{\phi}_{3K}^2 - \ddot{x}_F - \frac{1}{m_{3W}}\left(F_{3X} + D_{3X}\right) \tag{III.45e}$$

$$\text{VI)}\quad \Delta\ddot{z}_3 + l_1\cos\phi_{1K}\ddot{\phi}_{1K} + l_2\cos\phi_{2K}\ddot{\phi}_{2K} + \frac{l_3}{2}\cos\phi_{3K}\ddot{\phi}_{3K} = l_1\sin\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K}^2 + l_2\sin\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K}^2 + \frac{l_3}{2}\sin\phi_{3K}\dot{\phi}_{3K}^2 - \ddot{z}_F - \frac{1}{m_{3W}}\left(F_{3Z} + D_{3Z}\right) - g \tag{III.45f}$$

VII) $$m_{1w}\Delta\ddot{x}_1 + m_{2w}\Delta\ddot{x}_2 + m_{3w}\Delta\ddot{x}_3 - \frac{\ell_1}{2}\sin\phi_{1K}(m_1+2m_2+2m_3)\ddot{\phi}_{1K} -$$
$$- \frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K}(m_1+2m_3)\ddot{\phi}_{2K} - m_3\frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K}\ddot{\phi}_{3K} =$$
$$= K_{Bx} + \frac{\ell_1}{2}\cos\phi_{1K}(m_1+2m_2+2m_3)\dot{\phi}_{1K}^2 + \frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K}\cdot$$
$$\cdot(m_2+2m_3)\dot{\phi}_{2K}^2 + m_3\frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K}\dot{\phi}_{3K}^2 - m_s\ddot{x}_T \qquad \text{(III.45g)}$$

VIII) $$m_{1w}\Delta\ddot{z}_1 + m_{2w}\Delta\ddot{z}_2 + m_{3w}\Delta\ddot{z}_3 + \frac{\ell_1}{2}\cos\phi_{1K}(m_1+2m_2+2m_3)\ddot{\phi}_{1K} +$$
$$+ \frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K}(m_1+2m_3)\ddot{\phi}_{2K} + m_3\frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K}\ddot{\phi}_{3K} =$$
$$= K_{Bz} + \frac{\ell_1}{2}\sin\phi_{1K}(m_1+2m_2+2m_3)\dot{\phi}_{1K}^2 + \frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K}\cdot$$
$$\cdot(m_2+2m_3)\dot{\phi}_{2K}^2 + m_3\frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K}\dot{\phi}_{3K}^2 - m_s\ddot{z}_T - m_s g \qquad \text{(III.45h)}$$

IX) $$\left[-\theta_{1K} + m_{1K}\frac{\ell_1^2}{4} + \frac{\ell_1\ell_2}{4}\cos(\phi_{1K}-\phi_{2K})(m_{1K}-2m_{3K}) - m_{3K}\frac{\ell_1\ell_3}{2}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\cos(\phi_{1K}-\phi_{3K})\right]\ddot{\phi}_{1K} - \left[\theta_{2K} + m_{3K}\frac{\ell_2}{2}\left(\ell_2+\ell_3\cos(\phi_{2K}-\phi_{3K})\right)\right]\cdot$$
$$\cdot\ddot{\phi}_{2K} - \left[\theta_{3K} + m_{3K}\frac{\ell_3}{2}\left(\frac{\ell_2}{2}\cos(\phi_{2K}-\phi_{3K}) + \frac{\ell_3}{2}\right)\right]\ddot{\phi}_{3K} =$$

$$= -\left[\ell_1 \sin\phi_{1K} + z_F + \frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K}\right] K_{Bx} + \left[\ell_1 \cos\phi_{1K} + x_F + \frac{\ell_2}{2}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\cos\phi_{2K} - x_A\right] K_{Bz} + \left[\frac{\ell_1}{2}\sin(\phi_{1K} - \phi_{2K})\left(m_{1K}\frac{\ell_2}{2} - m_{3K}\ell_2\right) -\right.$$

$$\left. - m_{3K}\frac{\ell_1\ell_3}{2}\sin(\phi_{1K} - \phi_{3K})\right]\dot{\phi}_{1K}^2 - \left[m_{3K}\frac{\ell_2\ell_3}{2}\sin(\phi_{2K} - \phi_{3K})\right]\cdot$$

$$\cdot\dot{\phi}_{2K}^2 + \left[m_{3K}\frac{\ell_2\ell_3}{4}\sin(\phi_{2K} - \phi_{3K})\right]\dot{\phi}_{3K}^2 + \left[m_{1K}\left(\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_{1K} +\right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K}\right) - m_{3K}\left(\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K} + \frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K}\right)\right]\ddot{x}_F - \left[m_{1K}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\left(\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_{1K} + \frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K}\right) - m_{3K}\left(\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K} + \frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K}\right)\right]\cdot$$

$$\cdot\ddot{z}_F - \left[\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_{1K} + \frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K}\right](F_{1x} + D_{1x}) + \left[\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_{1K} +\right.$$

$$\left. + \frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K}\right](F_{1z} + D_{1z}) + \left[\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K} + \frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K}\right](F_{3x} + D_{3x}) -$$

$$- \left[\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K} + \frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K}\right](F_{3z} + D_{3z}) + \left[-m_{1K}\left(\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_{1K} +\right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K}\right) + m_{3K}\left(\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K} + \frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K}\right)\right]g + M_{1W} +$$

$$+ M_{2W} + M_{3W} + \sum_{i=1}^{3} M_{ikorr} \qquad \text{(III.45i)}$$

X) $$-\Theta_{1W}(\Delta\ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_{1K}) = -M_{1W} \qquad \text{(III.45j)}$$

XI) $$-\Theta_{2W}(\Delta\ddot{\phi}_2 + \ddot{\phi}_{2K}) = -M_{2W} \qquad \text{(III.45k)}$$

XII) $$-\Theta_{3W}(\Delta\ddot{\phi}_3 + \ddot{\phi}_{3K}) = -M_{3W} \qquad \text{(III.45l)}$$

XIII) $$\ddot{x}_F = XACC \qquad \text{(III.45m)}$$

XIV) $$\ddot{z}_F = ZACC \qquad \text{(III.45n)}$$

Der Lösungsvektor dieses Gleichungssystems lautet:

$$\underline{Y} = \left(\Delta\ddot{X}_1, \Delta\ddot{Z}_1, \Delta\ddot{X}_2, \Delta\ddot{Z}_2, \Delta\ddot{X}_3, \Delta\ddot{Z}_3, \ddot{\Phi}_{1K}, \ddot{\Phi}_{2K}, \ddot{\Phi}_{3K}, \Delta\ddot{\Phi}_1, \Delta\ddot{\Phi}_2, \Delta\ddot{\Phi}_3, \ddot{X}_F, \ddot{Z}_F\right) \quad \text{(III.46)}$$

Bei Integration des Gleichungssystems unter geeigneten Anfangsbedingungen -sie werden im Abschnitt V.4 diskutiert- erhält man den zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeiten und Koordinaten und damit den gesamten Bewegungsablauf des Modells.

Als Meßgrößen gehen in das Gleichungssystem ein:

Die Bodenreaktionskraft mit den Komponenten $K_{Bx}(t)$ und $K_{Bz}(t)$ und dem Angriffspunkt $x_A(t)$ bezüglich des Koordinatenursprungs, sowie die Beschleunigungen des Fußpunkts $\ddot{x}_F(t)$ und $\ddot{z}_F(t)$. In jedem Teilkörper i (i=1,2,3) besteht zwischen Knochen und Schwabbelmasse eine Kopplung, d.h. es werden eine quasi-elastische Kraft (F_{ix} , F_{iz}) mit einer Dämpfung (D_{ix} , D_{iz}) sowie ein Moment M_{iW} übertragen. Diese Größen sind im Gleichungssystem enthalten. Sie werden vor Eingabe in das System für jeden Zeitschritt nach den Relationen berechnet, wie sie beim n-gliedrigen Modell mit Schwabbelmasse ausführlich diskutiert wurden (vgl. III.5-9). In diesem Gleichungssystem sind die Zwangskräfte und Momente, die im Knie- und Hüftgelenk übertragen werden, bereits eliminiert. Sie können nach Integration des Gleichungssystems mit Hilfe des Lösungsvektors berechnet werden:

Seien Z_{ij} und M_{ij} die vom Teilkörper j auf den Teilkörper i übertragenen Größen, Zwangskraft und Moment. Beim dreigliedrigen Modell werden daher in den Gelenken nach dem Prinzip "actio = reactio" übertragen:

Zwangskräfte in Knie und Hüfte:

$$Z_{12x} = m_{1K}\ddot{x}_{1K} - K_{Bx} - (F_{1x} + D_{1x}) \qquad \text{(III.47a)}$$

$$Z_{12z} = m_{1K}\ddot{z}_{1K} - K_{Bz} - (F_{1z} + D_{1z}) + m_{1K}g \qquad \text{(III.47b)}$$

$$Z_{23x} = m_{2K}\ddot{x}_{2K} - (F_{2x} + D_{2x}) + m_{1K}\ddot{x}_{1K} - K_{Bx} - (F_{1x} + D_{1x}) \qquad \text{(III.47c)}$$

$$Z_{23z} = m_{2K}\ddot{z}_{2K} - (F_{2z} + D_{2z}) + m_{1K}\ddot{z}_{1K} - K_{Bz} - (F_{1z} + D_{1z}) + (m_{1K} - m_{2K})g \qquad \text{(III.47d)}$$

wobei der Zusammenhang zwischen den Beschleunigungen der Schwerpunkte der Knochen ($\ddot{x}_{1K}$, $\ddot{z}_{1K}$, $\ddot{x}_{2K}$, $\ddot{z}_{2K}$) und dem Lösungsvektor dem Anhang zu entnehmen ist.

Momente in Knie und Hüfte:

$$M_{12} = -\Theta_{1K}\ddot{\phi}_{1K} - (\underline{r}_{1a} \times \underline{K}_B)_y - (\underline{r}_{1b} \times \underline{Z}_{12})_y - M_{1W} \qquad \text{(III.48a)}$$

$$M_{23} = \Theta_{3K}\ddot{\phi}_{3K} - (\underline{r}_{3a} \times \underline{Z}_{23})_y + M_{3W} \qquad \text{(III.48b)}$$

mit den Hebelarmen (vgl. Abb.1b und Anhang):

$$\underline{r}_{1a} = \left(x_A - \frac{\ell_1}{2}\cos\phi_{1K} - x_F\,,\; -\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_{1K} - z_F\right) \qquad \text{(III.49a)}$$

$$\underline{r}_{1b} = \left(\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_{1K}\,,\; \frac{\ell_1}{2}\sin\phi_{1K}\right) \qquad \text{(III.49b)}$$

$$\underline{r}_{3a} = \left(-\frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K}\,,\; -\frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K}\right) \qquad \text{(III.49c)}$$

Die Koordinaten bzw. Geschwindigkeiten des Gesamtschwerpunkts ergeben sich zu (siehe Anhang):

$$X_S = \frac{1}{m_S}\left[m_S X_F + (m_1+2m_2+2m_3)\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_{1K} + (m_2+2m_3)\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K} + \right.$$
$$\left. + m_3\frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K} + m_{1W}\Delta X_1 + m_{2W}\Delta X_2 + m_{3W}\Delta X_3\right] \qquad \text{(III.50a)}$$

$$Z_S = \frac{1}{m_S}\left[m_S Z_F + (m_1+2m_2+2m_3)\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_{1K} + (m_2+2m_3)\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K} + \right.$$
$$\left. + m_3\frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K} + m_{1W}\Delta Z_1 + m_{2W}\Delta Z_2 + m_{3W}\Delta Z_3\right] \qquad \text{(III.50b)}$$

$$\dot{X}_S = \frac{1}{m_S}\left[m_S \dot{X}_F - (m_1+2m_2+2m_3)\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K} - (m_2+2m_3)\cdot\right.$$
$$\cdot\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K} - m_3\frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K}\dot{\phi}_{3K} + m_{1W}\Delta\dot{X}_1 +$$
$$\left. + m_{2W}\Delta\dot{X}_2 + m_{3W}\Delta\dot{X}_3\right] \qquad \text{(III.51a)}$$

$$\dot{Z}_S = \frac{1}{m_S}\left[m_S \dot{Z}_F + (m_1+2m_2+2m_3)\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K} + (m_2+2m_3)\cdot\right.$$
$$\cdot\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K} + m_3\frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K}\dot{\phi}_{3K} + m_{1W}\Delta\dot{Z}_1 +$$
$$\left. + m_{2W}\Delta\dot{Z}_2 + m_{3W}\Delta\dot{Z}_3\right] \qquad \text{(III.51b)}$$

Damit läßt sich der zeitliche Verlauf des Gesamtdrehimpulses bestimmen, der bei der vorliegenden ebenen Betrachtung nur eine y-Komponente hat:

$$L_{SCHWER(y)} = m_S \left(\underline{r}_S \times \dot{\underline{r}}_S\right)_y \qquad \text{(III.52)}$$

$$L_{SCHWER(y)} = m_S \left(z_S \dot{x}_S - x_S \dot{z}_S\right) \qquad \text{(III.53)}$$

Für den Relativdrehimpuls der Teilkörper bezüglich des Gesamtschwerpunkts gilt:

$$L_{REL(y)} = \sum_{i=1}^{3} \left[m_{iK} \left(\underline{r}_{iK} \times \dot{\underline{r}}_{iK}\right)_y - \Theta_{iK} \dot{\phi}_{iK} \right] +$$

$$+ \sum_{i=1}^{3} \left[m_{iW} \left(\underline{r}_{iW} \times \dot{\underline{r}}_{iW}\right)_y - \Theta_{iW} \dot{\phi}_{iW} \right] - m_S \left(\underline{r}_S \times \dot{\underline{r}}_S\right)_y \qquad \text{(III.54)}$$

Unter Verwendung der Relativkoordinaten der Verschiebung und Verdrehung (III.12) und mit Auflösung der Kreuzprodukte ergibt sich der folgende Ausdruck zur Berechnung des Relativdrehimpulses. Die genaue Herleitung dieser Beziehung und der unmittelbare Zusammenhang mit den Größen aus dem Lösungsvektor des Gleichungssystms sind wiederum dem Anhang zu entnehmen.

$$L_{REL(y)} = \sum_{i=1}^{3} \Big[m_i \left(z_i \dot{x}_{iK} - x_{iK} \dot{z}_{iK}\right) + m_{iW} \left(z_{iK} \Delta\dot{x}_i - x_{iK} \Delta\dot{z}_i\right) +$$

$$+ m_{iW} \left(\Delta z_i \dot{x}_{iK} - \Delta x_i \dot{z}_{iK}\right) + m_{iW} \left(\Delta z_i \Delta\dot{x}_i - \Delta x_i \Delta\dot{z}_i\right) -$$

$$- \Theta_{iK} \dot{\phi}_{iK} - \Theta_{iW} \dot{\phi}_{iW} \Big] - m_S \left(z_S \dot{x}_S - x_S \dot{z}_S\right) \qquad \text{(III.55)}$$

Der Gesamtdrehimpuls des Modells folgt einfach:

$$L_{GES(y)} = L_{SCHWER(y)} + L_{REL(y)} \qquad \text{(III.56)}$$

Dieses dreigliedrige Modell mit Schwabbelmasse kann dazu verwendet werden, Bewegungsabläufe mit hohen Beschleunigungen zu simulieren und damit die Kraftübertragung im Inneren des Körpers zu untersuchen. Dazu sind allerdings zwei Punkte von ganz entscheidender Bedeutung:
Erstens muß das Modell möglichst genau auf die Maße und Eigenschaften des Körpers der Versuchsperson, die den Bewegungsablauf ausführt, abgestimmt sein. Das heißt, Massen, Längen und Trägheitsmomente der Teilkörper sowie die Parameter in den Kopplungen müssen sorgfältig abgeschätzt werden, da sie wesentlich den Verlauf der Bewegung des Modells beeinflussen. Detaillierte Angaben über verwendete Werte bei diesen Parametern werden an einem durchgerechneten Beispiel im Abschnitt V.3 gegeben.
Der zweite wichtige Punkt betrifft die experimentellen Messungen, die während des Bewegungsablaufes von der Versuchsperson abgenommen werden. Sie sind, als Input in das Modell, Träger der gesamten Information über den zeitlichen Verlauf der Bewegung und werden im folgenden Abschnitt eingehender diskutiert.

IV. Experimentelle Eingabedaten

Am menschlichen Körper können bei Bewegungsabläufen mit Hilfe elektronischer Aufnahmegeräte Kraft- und Beschleunigungsmessungen durchgeführt werden. Um die Bewegung optimal zu erfassen, muß mit einer möglichst hohen Samplingfrequenz aufgenommen werden. Die folgenden Meßkurven stammen von dem Bewegungsablauf einer einbeinigen Landung auf der Ferse nach einem Standhochsprung einer Versuchsperson mit einem Körpergewicht von 63.2 kg. Der Abbremsvorgang reichte vom Auftreffen auf den Boden bis zum völligen Stillstand. Die Abtastfrequenz lag mit einer Ausnahme für alle Meßgrößen bei 1000 Hz und sie dienen alle als experimenteller Input in die Bewegungsgleichungen des dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmasse. Die gesamte Versuchsanordnung ist in Abb.25 schematisch dargestellt.

1. Die Bodenreaktionskraft

Die Bodenreaktionskraft wirkt als äußere Kraft auf den Körper ein, sobald er auf den Boden auftrifft. Der Körper erfährt dadurch eine Abbremsung bis zum Stillstand, d.h. die Geschwindigkeit des Gesamtschwerpunkts wird von der freien Fallgeschwindigkeit auf Null reduziert.
Der Niedersprung in dem vorgestellten Beispiel erfolgte auf eine Kistler-Kraftmeßplatte und dabei wurden die Komponenten der Bodenreaktionskraft in vertikaler Richtung $K_{Bz}(t)$ und in horizontaler Richtung $K_{Bx}(t)$ aufgezeichnet. Für die Eingabe in das Modell wurde der Verlauf der Kurven geglättet. In Abb.8 ist der bereits geglättete Verlauf beider Komponenten der Bodenreaktionskraft über einen Zeitraum von 550 ms aufgezeichnet.

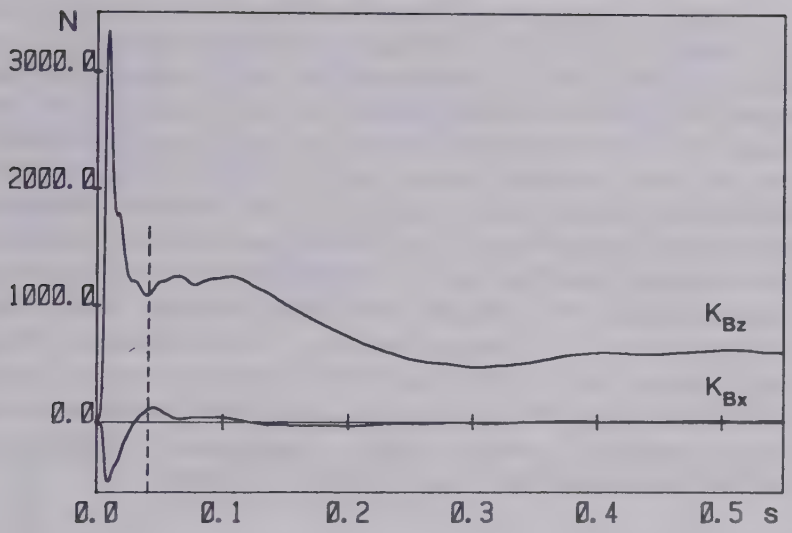

Abb.8: Gemessene Bodenreaktionskraft bei einem Standhochsprung mit Landung auf der Ferse und Abbremsung bis zum Stillstand. K_{Bz} ist die Vertikalkomponente und K_{Bx} ist die Horizontalkomponente in Vorwärts-Rückwärts-Richtung. Die gestrichelte Linie kennzeichnet die Phase des Kraftstoßes (passive Phase) gegenüber der nachfolgenden Phase.

Deutlich sind im Kraftverlauf zwei Abschnitte zu unterscheiden. In der Aufprallphase der ersten 20-30 ms wirkt in vertikaler Richtung eine hohe Kraftspitze auf den Körper ein, während im darauffolgenden Abschnitt die Kraft weit niedrigere Werte annimmt und schließlich in der Phase des Stillstands konstant wieder dem Körpergewicht entspricht. Man nennt diesen ersten Kraftstoß während der Aufpralls auch passive Phase, vgl. Nigg (1980), da durch den Schlag die Einknickbewegung des Skeletts verursacht wird, während in der zweiten aktiven Phase Muskelkräfte wirksam werden, die die Körperteile bis zum Stillstand abbremsen.

In dieser zweiten Phase führt der Einsatz der Muskelkräfte zur Übertragung von Momenten in den Gelenken des menschlichen Körpers, die ein weiteres Zusammenklappen der einzelnen Körperteile verhindern. Bei der Abbremsung wird damit durch den Einsatz der Muskulatur vom Körper eine Kraft auf den Boden ausgeübt, deren zeitlicher Verlauf sich in der Bodenreaktionskraft widerspiegelt. Die Art und Weise des Muskeleinsatzes und damit der Verlauf der in den Gelenken übertragenen Momente hängt entscheidend vom Willen des Menschen ab. Der Mensch ist somit in der Lage die verschiedensten Bewegungsabläufe auszuführen. Die übertragenen Momente sind dabei gerade in der aktiven Phase bestimmend für den Verlauf der Bodenreaktionskraft und es wird deutlich, daß diese Kraftkurve wesentliche Informationen über den Bewegungsablauf enthält.

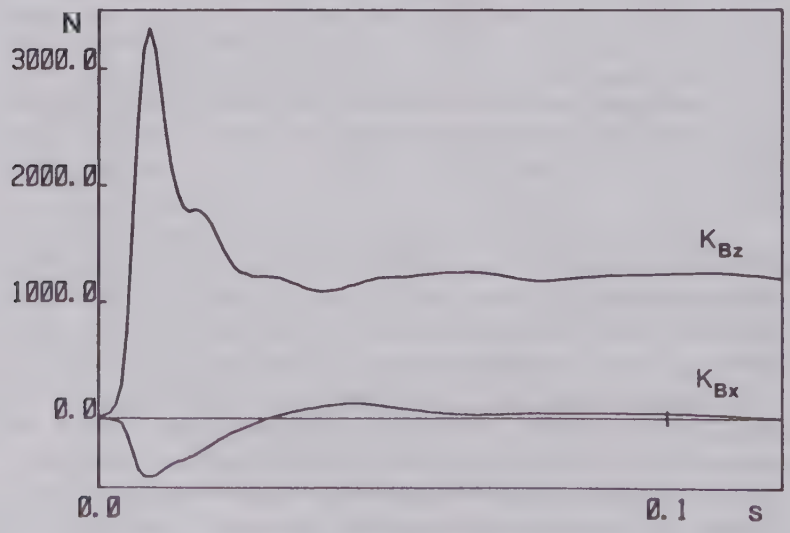

Abb.9: Darstellung der ersten 120 ms des Verlaufs der Bodenreaktionskraft von Abb.8

Im Gegensatz dazu kommt der erste Teil der Kraftkurve durch den Aufprall des Körpers auf den Boden zustande. Diese entscheidende Phase des Kraftverlaufs ist in Abb.9 nochmals dargestellt. Zur genaueren Betrachtung sind hier nur die ersten 120 ms aufgetragen.
Zusätzlich wurde noch der Verlauf des Angriffspunkts $x_A(t)$ der Kraft relativ zum Koordinatenursprung bestimmt.
Aus Abb.10 wird ersichtlich, wie sich der Angriffspunkt von der Ferse, beim Auftreffen, bis hin zum Fußballen, nach 550 ms, verlagert.

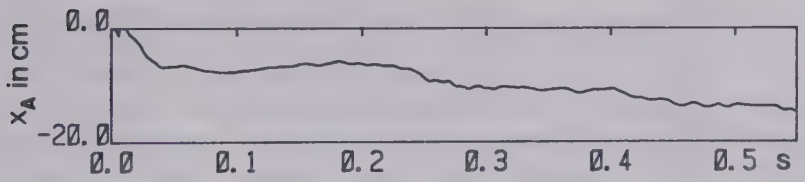

Abb.10: Verlauf des Angriffspunktes der Bodenreaktionskraft

Das Koordinatensystem wurde dabei so definiert, daß der Auftreffpunkt der Ferse zum Zeitpunkt t=0 den Koordinatenursprung markiert. Der Angriffspunktverlauf ist die einzige Messung, die nur mit einer Abtastfrequenz von 250 Hz aufgenommen werden konnte. Die Werte wurden deshalb interpoliert und anschließend analog zu den Kraftdaten geglättet.

2. Die Fußpunktsbeschleunigung

Als weitere Information wurde am Knöchel mit einem Accelerometer die Beschleunigung $\ddot{z}_f(t)$ in vertikaler Richtung gemessen und am Fersenende wurde mit einem gleichen Gerät die Beschleunigung $\ddot{x}_f(t)$ in horizontaler Richtung aufgenommen (vgl. auch Abb.25).
Es ergeben sich die folgenden zeitlichen Verläufe:

a) Vertikalkomponente

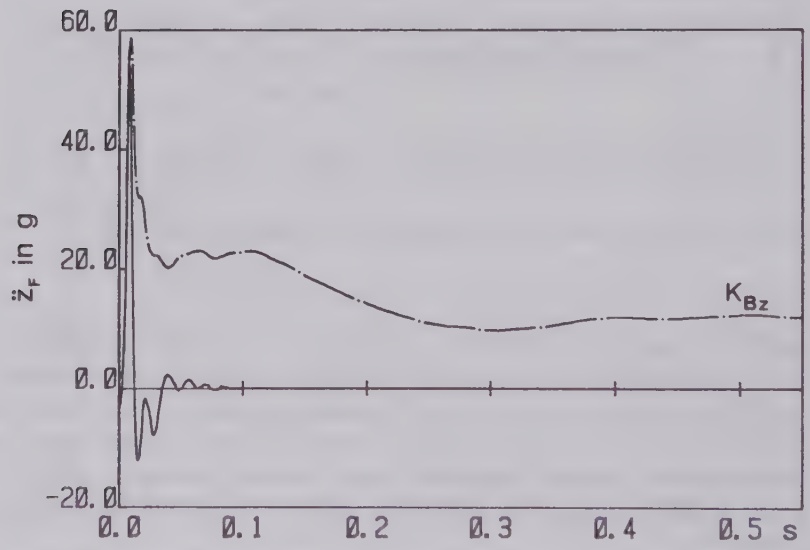

Abb.11a: Verlauf der Beschleunigung des Fußpunkts in vertikaler Richtung $\ddot{z}_f$. Zusätzlich ist der Verlauf der Vertikalkomponente der Bodenreaktionskraft K_{Bz} gestrichelt eingezeichnet.

In Abb.11a ist der Verlauf der Beschleunigung gleichzeitig mit dem Verlauf der Bodenreaktionskraft in vertikaler Richtung (gestrichelte Kurve) über den Zeitraum von 550 ms aufgetragen. Die Skalierung der Vertikalachse ist jedoch nur für die Beschleunigungskurve relevant.
Auch im Verlauf von $\ddot{z}_F$ erscheint in der Aufprallphase eine Spitze mit einem Maximalwert von über 50 g. Damit zeigt die Beschleunigungskurve in den ersten Millisekunden ein gleiches Verhalten wie die Kraftkurve, geht dann aber mit einigen Schwingungen sehr schnell auf Null zurück, d.h. am Ende des Kraftstoßes ist der Knöchelpunkt, bzw. beim Modell der Fußpunkt, nahezu in Ruhe.
Die Messung der Beschleunigungen ist nicht ohne Schwierigkeiten. Von ganz entscheidendem Einfluß auf den zeitlichen Verlauf der Beschleunigungskurve ist die Art der Befestigung des Beschleunigungsmessers am Körper. Dieser sollte möglichst starr am Knöchel angebracht sein, um auch wirklich den Verlauf der Beschleunigung des Knochens wiederzugeben. Deshalb wurde hier als Befestigung ein Sperrholzbügel verwendet, der mit beiden Enden auf dem Knochen auflag und mit Gummibändern festgezogen war. Zu dieser Art der Befestigung eines Beschleunigungsmessers wurden eigene Untersuchungen durchgeführt. Sie sind im Abschnitt IV.2c beschrieben. Es ergab sich, daß die Befestigung des Accelerometers dennoch zu locker war und das Gerät gegenüber dem Knochen einen geringen Verschiebungsspielraum hatte. Dies erforderte zur Korrektur eine Vorverschiebung der Daten der Beschleunigungsmessung gegenüber den Daten der Kraftkurve um 4 ms. Damit tritt der Peak der Beschleunigungskurve 1 ms vor der Kraftspitze auf. Die Begründung für diese Korrektur folgt, wie schon erwähnt, im Abschnitt IV.2c.
Zur Verdeutlichung des genauen Verlaufs der Vertikalkomponente der Fußpunktsbeschleunigung ist in Abb.11b der Bereich der ersten 100 ms, in dem $\ddot{z}_F$ von Null verschieden

ist, herausgezeichnet.

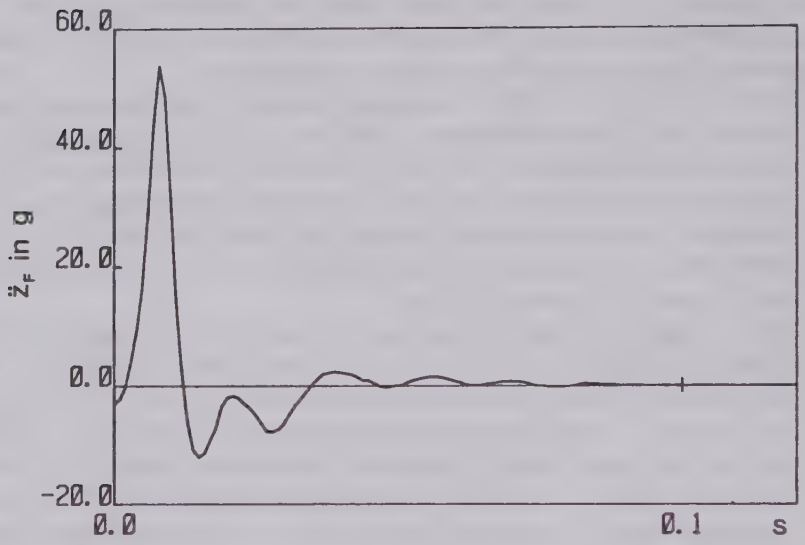

Abb.11b: Darstellung der ersten 120 ms des Verlaufs der Fußpunktsbeschleunigung in vertikaler Richtung

b) Horizontalkomponente

Die Horizontalkomponente $\ddot{x}_F$ der Fußpunktsbeschleunigung erreicht wesentlich niedrigere Werte als die Vertikalkomponente. Bei der Messung traten im Prinzip die gleichen Befestigungsprobleme auf wie bei der Vertikalkomponente. Der Beschleunigungsmesser war am Fersenbein angebracht. Somit befand sich zwischen dem Knochen und dem eigentlichen Meßpunkt auf der Haut eine Gewebeschicht, die als Ursache für eine Verfälschung der Meßergebnisse angesehen werden muß. So ergaben sich bei der Landung auf dem Fersenbein

während der ersten Millisekunden in der Beschleunigungsmessung unrealistisch hohe Spitzen mit sehr hoher Frequenz. Da bei der kleinen Masse des Fußes die Beschleunigungsmessungen sehr empfindlich sind, sind diese unrealistischen hohen Spitzen in den Meßwerten auf eine durch den Aufprall verursachte Schockwelle in der Haut und im Gewebe während der ersten Millisekunden zurückzuführen. Aus diesem Grunde mußte zur Korrektur für den Anfangsbereich eine Mittelung dieser Spitzenwerte durchgeführt werden. In Abb.12 ist die bereits gemittelte Kurve, wie sie in das Modell eingegeben wurde, aufgezeigt.

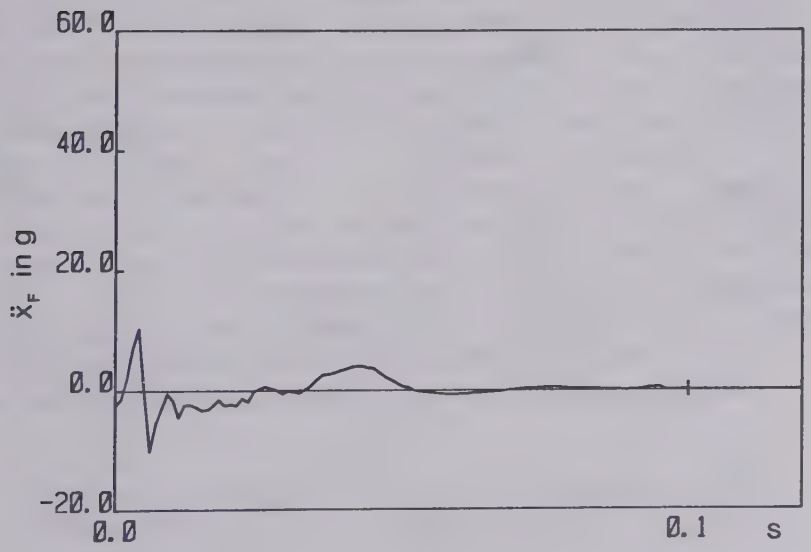

Abb.12: Verlauf der horizontalen Fußpunktsbeschleunigung in Vorwärts-Rückwärts-Richtung

c) Versuche zur Befestigung der Beschleunigungsmesser

Um die Abhängigkeit der Ergebnisse bei den Beschleunigungsmessungen von der Art der Befestigung zu untersuchen, wurden verschiedene Testversuche durchgeführt.

Dazu wurde am oberen Ende eines Holzstabes ($m \approx 6$ kg), mit Gummibändern ein Beschleunigungsmesser angebracht, wobei die Stärke der Befestigung variiert wurde. Der Holzstab wurde senkrecht auf die Kraftmeßplatte fallengelassen, analog zum Auftreffen des Unterschenkels bei den untersuchten Bewegungsabläufen. Dabei wurde die Vertikalkomponente der Bodenreaktionskraft gemessen und mit dem Accelerometer wurde gleichzeitig die Beschleunigung in vertikaler Richtung aufgenommen. Die Ergebnisse dieser Versuche sind aus Abb.13

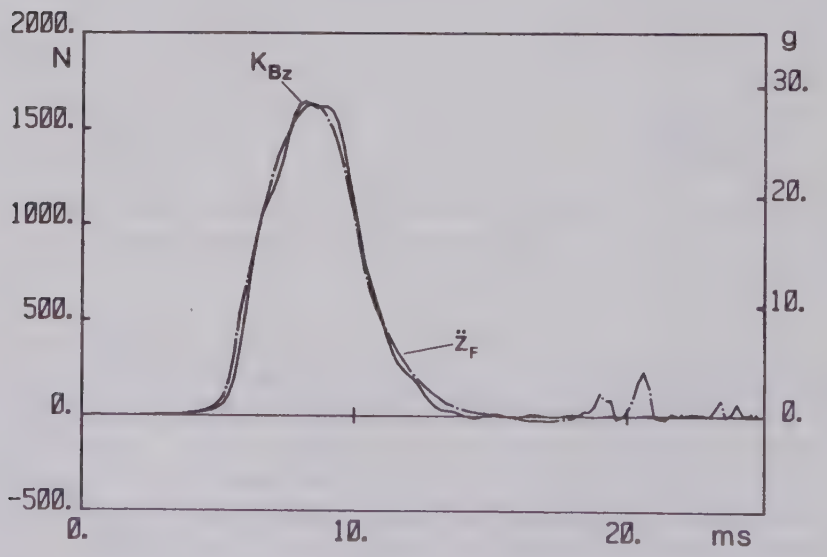

Abb.13: Messung der Vertikalkomponenten von Bodenreaktionskraft K_{Bz} und Beschleunigung $\ddot{z}_F$ beim Auftreffen eines Holzstabes auf den Boden, wobei der Beschleunigungsmesser maximal starr am Holzstab befestigt war.

und Abb.14 zu ersehen. Die Kraftkurve ist jeweils mit der durchgezogenen Linie gekennzeichnet. Die leichten Unregelmäßigkeiten im Verlauf rühren von unerwünschten Schwingungen der Kraftmeßplatte her, sind jedoch nicht wichtig. Für die Kraftkurve gilt die Skalierung der linken Vertikalachse des Koordinatensystems. Die Beschleunigungsmessung ist jeweils gestrichelt eingezeichnet und für sie gilt analog die Skalierung der rechten Vertikalachse.
Beim Versuch von Abb.13 war der Beschleunigungsmesser vollkommen starr am Holzstab befestigt. Es zeigt sich, daß der Verlauf von Kraft- und Beschleunigungsmessung übereinstimmt. Beide Messungen haben den gleichen Anstieg in der Flanke und erreichen zum gleichen Zeitpunkt ihr Maximum. Dividiert man die Kraftwerte durch die Beschleunigungswerte, so erhält man für jeden Zeitpunkt die Masse des starren Holzkörpers. Um zuverlässige Beschleunigungsmessungen zu erhalten, wäre es erstrebenswert auch am menschlichen Körper eine vergleichbar gute Befestigung erreichen zu können. Abb.14 zeigt den gleichen Versuch mit einer lockereren Befestigung des Beschleunigungsmessers am Holzstab. Diese Art der Befestigung entspricht in etwa der, wie sie am Fuß auf der Haut des menschlichen Körpers möglich ist. Man erkennt, daß das Maximum der Beschleunigung 2 ms nach der Kraftspitze auftritt und einen viel höheren Wert erreicht. Die gesamte Beschleunigungskurve ist in ihrer Form verändert.

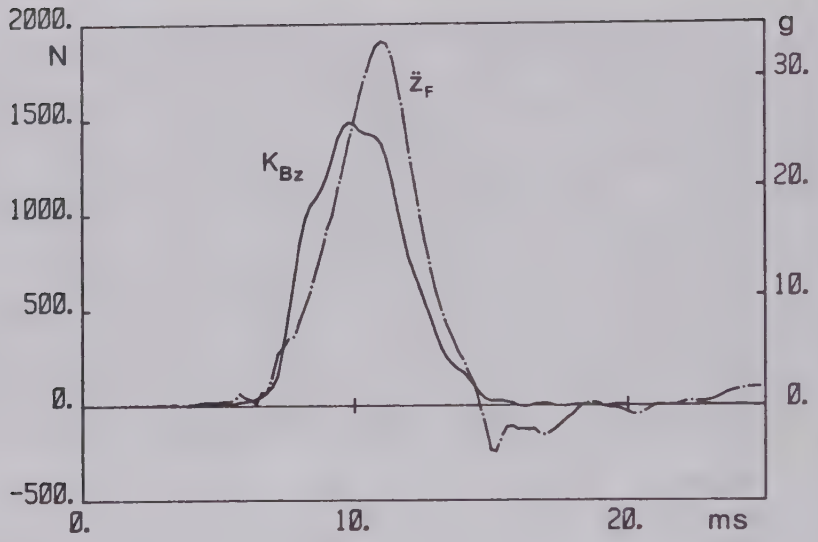

Abb.14: Vertikalkomponenten von Bodenreaktionskraft und Beschleunigung bei lockerer Befestigung des Beschleunigungsmessers am Holzstab.

Da auch bei den Messungen am menschlichen Körper die Maxima der Beschleunigungen 2-3 ms nach den Kraftspitzen auftraten, wurde aus den obigen Versuchen deutlich, daß zumindest die zeitliche Koordination dieser beiden Messungen korrigiert werden mußte. Aus diesem Grunde ist eine Vorverschiebung der Beschleunigungsdaten gegenüber den Daten der Kraftkurve um 3 ms angebracht. Neben diesen Versuchen zur Befestigung der Beschleunigungsmesser an einem starren Körper waren bei den Messungen am menschlichen Körper noch folgende Tatsachen zu berücksichtigen: Die Messungen konnten nicht am Schienbein, sondern nur am Wadenbein durchgeführt werden.

Bei der Landung auf dem Boden verschiebt sich allerdings das Wadenbein gegenüber dem Schienbein um wenige Millimeter. Dies ist die Ursache für eine weitere Verzögerung bei der Beschleunigungsmessung um ca. 1 ms. Da der Beschleunigungsmesser außen am Knöchel angebracht war, besteht ein Hebelarm zur Längsachse des Schienbeins. Daher gehen noch zusätzlich mögliche Biegeschwingungen des Knochens in die Beschleunigungsmessung ein, was eine Formveränderung der Kurve zur Folge haben kann.
Nach Erwägung all dieser Fehlerquellen erwies sich eine Verschiebung der Daten der Beschleunigungsmessungen um 4 ms gegenüber den Kraftdaten, gerade bei der Vertikalkomponente $\ddot{z}_T$, als sinnvoll. Das Maximum der Beschleunigungsdaten liegt damit 1 ms vor der Kraftspitze (vgl. Abb.11 und Abb. 20). Diese Korrektur wurde bereits im Abschnitt IV.2a angesprochen.
Insgesamt sollte man bei dieser Diskussion allerdings beachten, daß die Meßgenauigkeit selbst im Bereich von 1 ms liegt.

3. Der Kraft-Deformations-Zusammenhang

In diesem Abschnitt soll der Zusammenhang zwischen der Kraft vom Boden und der Deformation der Ferse während des Aufpralls näher untersucht werden. Die Aufprallphase ist der Zeitabschnitt, während dessen vom Boden her auf den Körper der Kraftstoß einwirkt und die Geschwindigkeit der auftreffenden Ferse auf Null reduziert. Dabei spielt die Härte, d.h. die Deformationsmöglichkeit des Fersenpolsters eine fundamentale Rolle. Wären Ferse und Boden unendlich hart, so hätte die Kraftspitze während des Aufpralls die Form einer δ-Funktion. (Die Einwirkungszeit wäre Null und die Spitze unendlich hoch.) Ist die Ferse dagegen deformierbar, so bewirkt die Deformation eine Verbreiterung der Kraftspitze, deren Maximum dafür aber niedriger liegt. Die Fläche unter der Kraftspitze ist in beiden Fällen - natürlich bei gleichen Anfangsbedingungen - von gleicher Größe. Es handelt sich hierbei um das Zeitintegral über die Kraftspitze, den sog. Kraftstoß. Für die Höhe der Geschwindigkeitsreduktion kommt es allein auf die Größe des Kraftstoßes an. Die Zeit, allerdings, in der die Geschwindigkeit der Ferse auf Null reduziert wird, hängt ab von der Dauer der Fersendeformation und damit auch von der Länge des Deformationsweges.
Da schon mit der geringen Deformationsmöglichkeit von wenigen Millimetern eine wesentliche Erniedrigung der Kraftspitze einhergeht, erschien es uns interessant, gesondert einige Experimente zum dynamischen Verhalten des Fersenmaterials durchzuführen.

a) Versuche zur Fersendeformation

Die Experimente zur Untersuchung der Fersendeformation wurden in Analogie zu den Versuchen von Nigg und Denoth (1980) durchgeführt.
Die Versuchsperson daß auf einem Stuhl vor der

Kraftmeßplatte. Am Knöchel des Beines mit dem der Versuch ausgeführt wurde, war ein Beschleunigungsmesser montiert. Der Unterschenkel war in senkrechter Stellung, wurde angehoben und schlug mit der Ferse auf der Kraftmeßplatte auf und kam dort zur Ruhe. Die Versuche wurden in sitzender Stellung ausgeführt, so daß nur Unterschenkel und Oberschenkel beteiligt waren und die Anordnung einer einfachen kinematischen Kette entsprach. Außerdem konnte auf diese Weise das Abklappen des Fußes zum Ballen hin auf ein Minimum reduziert werden, so daß der Verlauf der Meßkurven durch diese zusätzliche Bewegung nicht beeinflußt wurde.
Mit einer Frequenz von jeweils 5000 Hz wurden Bodenreaktionskraft und Beschleunigung in vertikaler Richtung gemessen. Die Versuche wurden mit unterschiedlichen Auftreffgeschwindigkeiten durchgeführt. In einer zweiten Serie diente eine 3 cm dicke Schaumstoffmatte, die auf die Kraftmeßplatte gelegt wurde, als zusätzliches Deformationselement. Allgemein wird vorausgesetzt, daß die Kraftmeßplatte, d.h. der Boden, unendlich hart ist.

Ergebnisse:
Kraft-und Beschleunigungskurven zeigten in der Aufprallphase das gleiche Verhalten wie bei den Niedersprüngen mit Landung auf der Ferse (vgl. Abb.11). Auch in diesem Fall war aufgrund von Befestigungsproblemen des Accelerometers eine Vorverschiebung der Beschleunigungswerte gegenüber den Kraftdaten um 2 ms notwendig. Die Gründe für diese Maßnahme sind im Abschnitt IV.2c dargeglegt.
Beim Aufprall des Fußes wird im Knöchel durch die Einwirkung der Bodenreaktionskraft die gemessene Beschleunigung während der Abbremsung hervorgerufen. Dadurch wird die Geschwindigkeit des Knöchels bis auf Null, also bis zum Stillstand reduziert. Integriert man die gemessene Beschleunigung, so erhält man diesen Geschwindigkeitsverlauf des

Knöchelpunktes. Die Anfangsgeschwindigkeit wird durch die Bedingung bestimmt, daß die Geschwindigkeit am Ende den Wert Null hat. Damit ist die Integrationskonstante gegeben. Bei nochmaliger Integration erhält man den in dieser Zeit zurückgeglegten Weg des Knöchelpunktes in vertikaler Richtung, der unter den gegebenen Versuchsbedingungen den Verlauf der Deformation der Fersenpolsters angibt. Die Integrationskonstante ist Null, da der Ort des Knöchelpunktes im Augenblick des Auftreffens als Koordinatenursprung gewählt ist.

b) Graphische Darstellungen

In Abb.15 ist der zeitliche Verlauf der Bodenreaktionskraft an einem Beispiel dargestellt. Zusätzlich ist der Deformationsverlauf aufgetragen der durch die Einwirkung der Kraft im Fersenpolster hervorgerufen wird.

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß in den wenigen ersten Millisekunden der Kraftanstieg sehr flach ist und daher vom Boden eine Kraft von nur ganz geringer Größe ($K_{Bz} \sim 1N$) auf die Ferse einwirkt. Das Fersenpolster ist aber unter Umständen zu Beginn schon bei geringster Krafteinwirkung um ca. 3-6 mm deformierbar. Dies ist der Grund dafür, daß der tatsächliche Deformationsweg des Fersenpolsters größer ist, als unsere Ergebnisse aussagen. Für die Bestimmung der Charakteristik des Deformationsverhaltens des Fersenpolsters ist dieser Bereich jedoch ohne Belang und wurde daher im weiteren vernachlässigt.

Sowohl der in Abb.15 dargestellte Kraftverlauf als auch der Verlauf des Deformationsweges sind bestimmt durch die Eigenschaft des Fersenmaterials und auch durch die Fersenform der Versuchsperson. Trägt man beide Größen von Abb.15 gegeneinander auf, so erhält man eine Kurve, die eine für diese Ferse charakteristische Form hat (vgl. Abb.16). Sie ist in ihrem grundsätzlichen Verlauf nicht durch die Stärke des Aufpralls, d.h. durch unterschiedliche

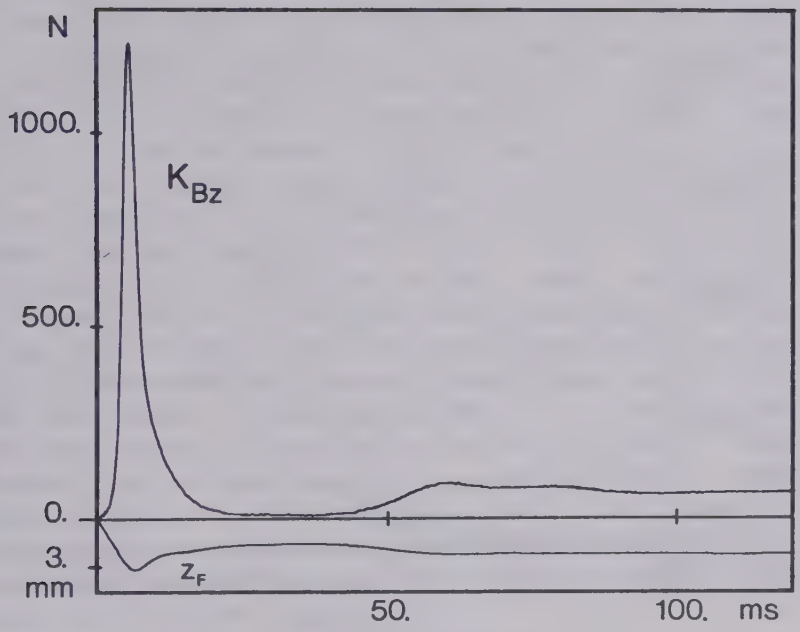

Abb.15: Verlauf der Bodenreaktionskraft K_{Bz} und Verlauf der dadurch hervorgerufenen Deformation z_F des Fersenpolsters

Auftreffgeschwindigkeiten zu beeinflussen.

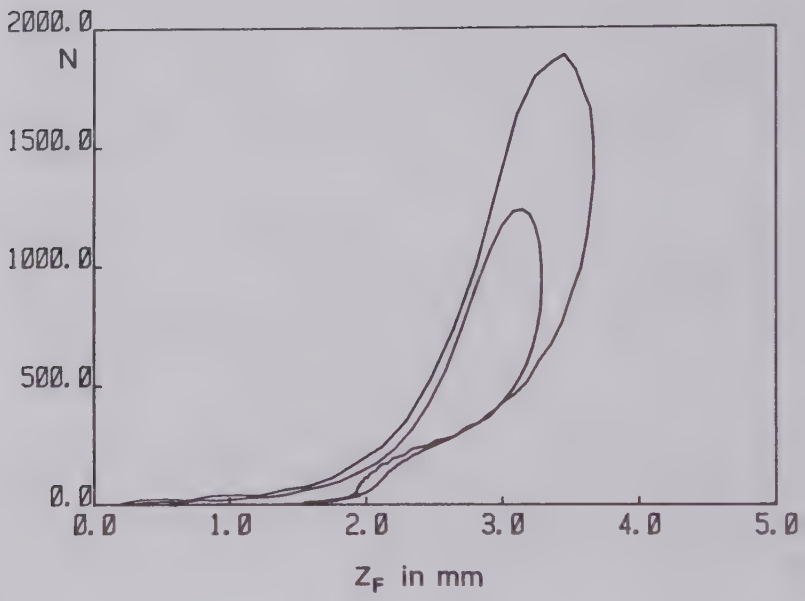

Abb.16: Kraft-Deformations-Kurven für eine Ferse bei unterschiedlichen Auftreffgeschwindigkeiten auf die Kraftmeßplatte

In Abb.16 sind zwei Kraft-Deformations-Kurven aufgezeichnet. Sie wurden durch verschieden starkes Aufschlagen der Ferse einer Versuchsperson erzeugt. Deutlich ist der gleichartige Kurvenverlauf zu erkennen. Der einzige Unterschied zeigt sich in den Amplituden von Kraft und Deformation.
Es soll jetzt die Form der Kraft-Deformations-Kurven diskutiert werden.

Bei statischen Verhältnissen wäre ein eindeutiger proportionaler Zusammenhang zu vermuten: Je größer die Kraft, desto größer die Deformation des Fersenpolsters. Für jeden vorgegebenen Kraftwert gäbe es dann einen bestimmten Wert der Deformation. Da die Kraft-Deformations-Kurve aber unter dynamischen Bedingungen gewonnen wurde, ist die Kraft nicht allein eine Funktion des Deformationsweges, sondern hängt zusätzlich von der Deformationsgeschwindigkeit ab.
Stellt man sich einen Raum vor, der aus den Koordinatenachsen Kraft, Deformationsweg und Deformationsgeschwindigkeit gebildet ist, dann kann darin eine zweidimensionale Fläche aufgespannt werden, die die Fülle aller möglichen Abhängigkeiten dieser drei Größen umfaßt. Obige Kurven können dann als Linien interpretiert werden, die in wohldefinierter Weise auf dieser Fläche verlaufen und auf die Ebene, aufgespannt aus Kraft und Deformationsweg, projeziert wurden. Im folgenden Abschnitt c) wird dieser Zusammenhang genauer untersucht und es wird dabei gezeigt, daß es möglich ist, rein phänomenologisch einen Ansatz zu finden, der den Zusammenhang zwischen Kraft, Deformationsweg und Deformationsgeschwindigkeit für die untersuchte Ferse recht gut geschreibt.
Wird zusätzlich eine weiche Schaumstoffmatte auf die Kraftmeßplatte gelegt, so ist natürlich das Deformationsverhalten der Schicht Ferse + Matte verändert gegenüber dem Fersenpolster allein.
Dies zeigt sich auch sofort in den Kraft-Deformations-Kurven in Abb.17, die mit der gleichen Versuchsperson wiederum bei unterschiedlichen Aufprallgeschwindigkeiten aufgenommen wurden. Die Charakteristika des Kurvenverlaufs sind grundsätzlich verändert, aber auch hier sind sie unabhängig von der Stärke des Aufpralls. Interessant ist, daß bei geringerer Deformationsmöglichkeit (nur Fersenpolster) das Kraftmaximum auftritt, lange bevor die maximale Deformation erreicht ist (vgl. Abb.16), während bei weicherer Auflage

(Ferse + Matte) Kraftmaximum und Deformationsmaximum nahezu zusammenfallen. Die Gründe dafür sind vielfältig. Auf der einen Seite sind die Fußgelenksbewegungen bei beiden Versuchen, mit und ohne Matte, zwar gering, können aber dennoch unterschiedlich stark sein. Fußgelenksbewegungen äußern sich natürlich sofort in der Länge des Deformationsweges. Auf der anderen Seite hat die Kombination Ferse + Matte andere viscoelastische Eigenschaften als das Fersenpolster allein, was sich ebenfalls in einer Veränderung des Kraft-Deformations-Verhaltens niederschlägt.

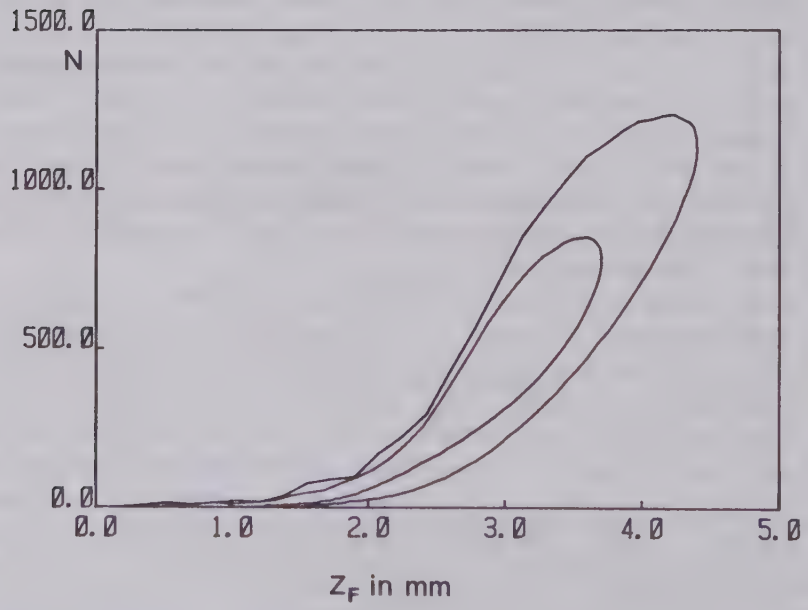

Abb.17: Kraft-Deformations-Kurven für die gleiche Ferse wie bei Abb.16 beim Auftreffen auf eine Schaumstoffmatte

c) Phänomenologischer Ansatz

Zur Ermittlung eines formelmäßigen Zusammenhangs zwischen der Bodenreaktionskraft und dem Deformationsverhalten der Ferse der Versuchsperson wurde die experimentell erhaltene Kurve von Abb.18 genauer untersucht. Bei dem vorliegenden Versuch erfolgte der Aufprall der Ferse direkt auf der Kraftmeßplatte.

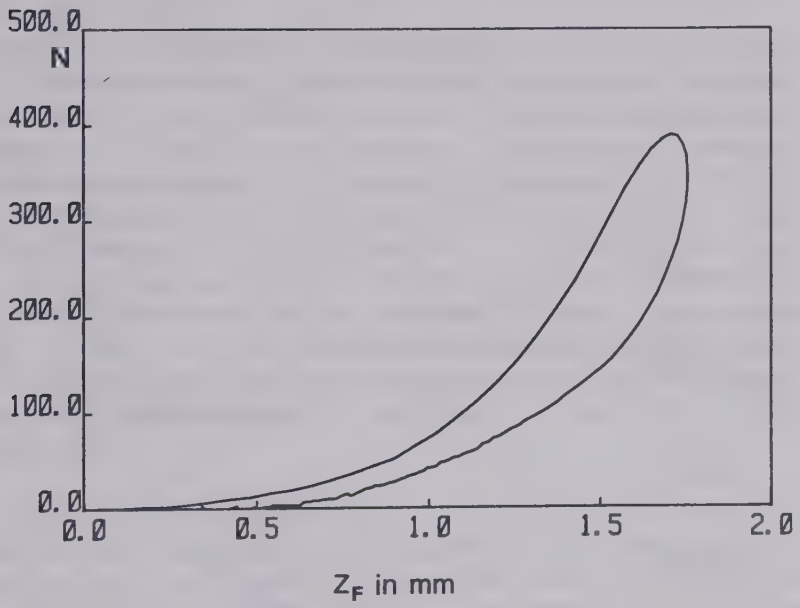

Abb.18: Charakteristischer Verlauf einer experimentell ermittelten Kraft-Deformations-Kurve eines Fersenpolsters

Zur analytischen Beschreibung erwies sich der auf empirischem Weg gefundene Ansatz als geeignet:

$$K_{Bz} = A z_F^{3.5} + B \dot{z}_F z_F^{3.5} \qquad \text{(IV.1)}$$

wobei für z_F jeweils der Betrag des Deformationsweges zu nehmen ist. Die Parameter A und B wurden durch Ausgleichsrechnung so bestimmt, daß das Quadrat der Abweichung der theoretischen Kurve von der experimentellen Kurve immer minimal war.
Damit ergaben sich für die Parameter folgende Werte:

$$A = 43.659 \qquad B = 0.083$$

Das Ergebnis der mit diesem Ansatz berechneten Kurve ist in Abb.19 gestrichelt zusätzlich zur experimentellen Kurve eingezeichnet.

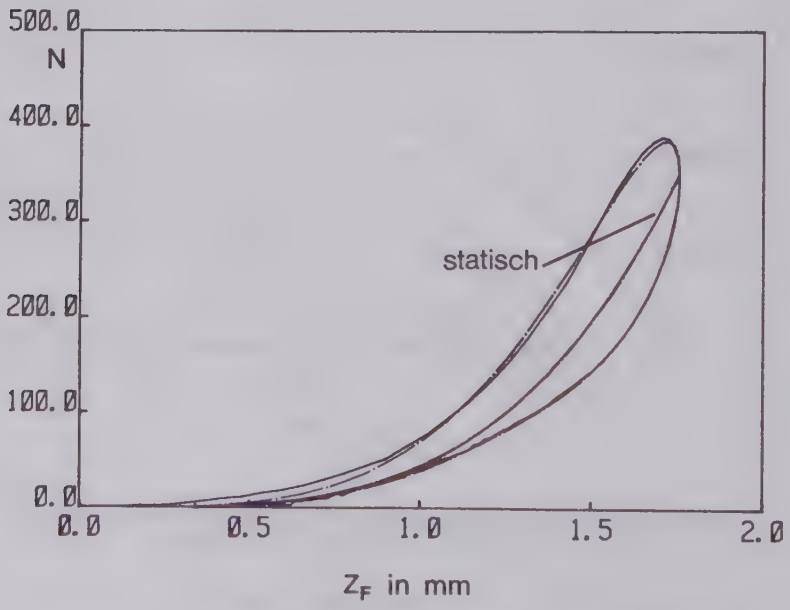

Abb.19: Experimentell ermittelte Kraft-Deformations-Kurve (durchgezogene Linie) und berechnete Kurve (gestrichelte Linie) für ein Fersenpolster. Die mittlere Linie kennzeichnet den Kurvenverlauf im statischen Fall.

Die gute Übereinstimmung beider Kurven ist augenscheinlich. Die mitterle Linie kennzeichnet den Kurvenverlauf im statischen Fall, d.h. wenn gilt $\dot{z}_F = 0$. Dabei wird diese eine Linie sowohl bei Deformation, in der einen Richtung, als auch bei Entspannung des Materials, in der anderen Richtung, durchlaufen. Zu jedem Deformationswert gibt es in diesem Fall auch nur einen Kraftwert. Im dynamischen Fall spaltet sich die Kurve auf und erhält ihren charakteristischen Verlauf.
Mit der vorliegenden Methode konnte gezeigt werden, daß das Deformationsverhalten der Ferse tatsächlich von der Deformationsgeschwindigkeit abhängt. Die analytische Formel beschreibt dabei den genauen Zusammenhang zwischen Bodenreaktionskraft und Deformation und Deformationsgeschwindigkeit der untersuchten Ferse. Damit ist die Möglichkeit geschaffen, in den Gleichungssystemen zur Berechnung von ein- und mehrgliedrigen Modellen, statt Beschleunigungsmessungen am Fußpunkt, diesen Zusammenhang (IV.1) über das Deformationsverhalten des Fersenmaterials bei Einwirkung einer Bodenreaktionskraft zu verwenden. Dieses Verfahren wurde bereits im Abschnitt III.1c diskutiert.

d) Die "effektive Masse"

Wir kehren nun von der Untersuchung des Fersenpolsters zurück zur Betrachtung des gesamten menschlichen Körpers bzw. des dreigliedrigen Modells. Auch hier ergibt sich aus den Messungen der Bodenreaktionskraft und der Beschleunigung des Fußpunkts in vertikaler Richtung ein ganz interessanter Aspekt.
In Abb. 20 sind die Messungen der Vertikalkomponenten von Bodenreaktionskraft und Fußpunktsbeschleunigung für den Bereich der Aufprallphase vergrößert herausgezeichnet (vgl. auch Abb.11).

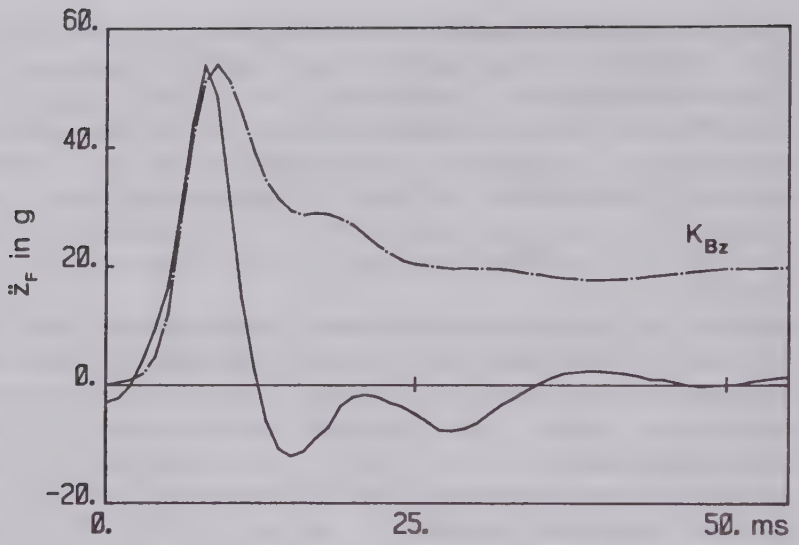

Abb.20: Vertikalkomponenten von Bodenreaktionskraft K_{Bz} und Fußpunktsbeschleunigung $\ddot{z}_F$ bei einer Landung auf der Ferse während der ersten 50 ms nach dem Auftreffen

Für einen starren Körper ließe sich aus diesen Messungen nach dem Newtonschen Gesetz $K = m \cdot b$ die konstante Gesamtmasse m des Körpers bestimmen.
Besteht der Körper allerdings aus mehreren Gliedern, die sich relativ zueinander bewegen können, dann ist auch der Quotient K/b = m keine Konstante mehr. Je nach Bewegung der Teilkörper zueinander, verändert der Quotient seinen Wert im Verlauf der Zeit. Durch ihn ist die Gesamtmasse des mehrgliedrigen Körpers nicht bestimmbar. Trotzdem liefert im Fall der Landung eines mehrgliedrigen Körpers der Quotient $K_{Bz}/\ddot{z}_F$ aus den Messungen von Kraft und Beschleunigung des Fußpunkts in vertikaler Richtung

folgenden Effekt:
Solange in Abb.20 beide Kurven gleichen Verlauf haben, ist der Quotient beider Kurven konstant. Dies gilt vom Anfang des Auftreffens bis nach dem Maximum der Kraftkurve. Man erhält also für diese Zeit eine konstante Masse, die aber wesentlich geringere Größe hat als die Gesamtmasse des Körpers. Nach Denoth (Nigg und Denoth, 1980) wird sie als "effektive Masse" bezeichnet. Ihre Größe ist abhängig von den Winkelstellungen der einzelnen Teilkörper zueinander.
Damit ist die Möglichkeit eröffnet, einen mehrgliedrigen Körper für die Phase des Aufpralls wie einen starren Körper mit einer Masse von der Größe der "effektiven Masse" zu behandeln. Läßt man also eine Kugel von solcher Masse auf den Boden fallen, so werden damit die Verhältnisse genau so beschrieben, wie beim Auftreffen eines komplizierten mehrgliedrigen Körpers. Dies ist von besonderem Interesse für die Untersuchung von Sportplatzbelägen. In völlig allgemeiner Form stellt die effektive Masse eigentlich einen Massen-Tensor dar, der den Kraftvektor vom Boden im den Beschleunigungsvektor am Fußpunkt des mehrgliedrigen Körpers transformiert:

$$\underline{K}_B = \underline{\underline{m}} \cdot \underline{b}$$

Dieser Massen-Tensor hängt in komplizierter Weise von den Winkelstellungen , den Massenverhältnissen und den Längen der Teilkörper ab.

4. Filmanalyse

a) Methode

Von dem Niedersprung auf die Kraftmeßplatte wurde ein 16 mm Film mit einer Locam Hochgeschwindigkeitskamera aufgenommen. Die Bildfrequenz betrug 300 Bilder pro Sekunde. Die Versuchsperson war mit 6 Meßpunkten an Fußspitze, Ferse, Knöchel, Knie, Hüfte und Schulter markiert (vgl. auch Abb.25).

Mit Hilfe der Filmanalyse konnte über den gesamten Zeitraum des Abbremsvorgangs Bild für Bild einzeln der Bewegungsablauf abgenommen werden. Das heißt, mit einem Digitizer wurden die Meßpunkte abgetastet und die Koordinaten dieser Punkte gelangen "on line" in den Computer und werden dort abgespeichert.

So erhält man den zeitlichen Verlauf der Meßpunkte. Aus diesen Daten ergeben sich dann durch einfache Umrechnung der Verlauf der Schwerpunktskoordinaten der einzelnen Teilkörper und der Verlauf der Winkelstellungen der Teilkörper zueinander. Der gesamte Abbremsvorgang, vom Zeitpunkt des Auftreffens bis zum Stillstand, wie man ihn aus der Filmanalye erhält, ist in Abb.21 dargestellt.

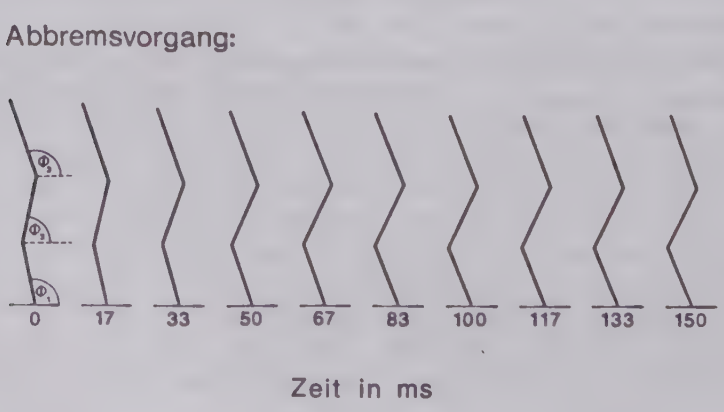

Abb.21: Zeitlicher Verlauf des Abbremsvorgangs aus der Filmanalyse

In Abb.22 ist der Winkelverlauf gegenüber der Horizontalen von Unterschenkel (ϕ_1), Oberschenkel (ϕ_2) und Rumpf (ϕ_3) aufgetragen.

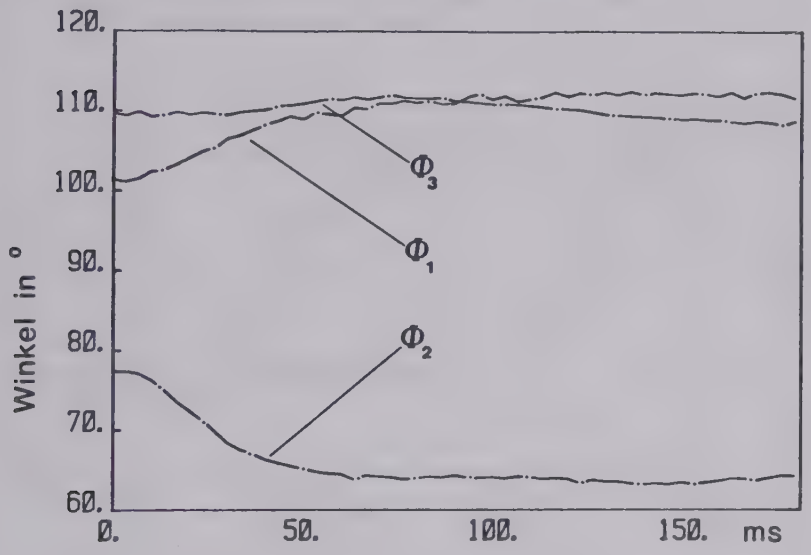

Abb.22: Winkelverlauf gegenüber der Horizontalen von Unterschenkel (ϕ_1), Oberschenkel (ϕ_2) und Rumpf (ϕ_3) aus der Filmanalyse

Man erkennt, daß sich die Neigung des Rumpfes während des gesamten Abbremsvorgangs kaum ändert, während die Beine besonders in der Aufprallphase einer starken Einknickbewegung unterliegen.

b) Diskussion der Auswertungsmöglichkeiten

Um die Genauigkeit der Filmanalyse bei der Bestimmung des Bewegungsablaufs zu untersuchen, wird anhand des Verlaufs des Winkels ϕ_2, der die Neigung des Oberschenkels gegenüber

der Horizontalen anzeigt, eine Fehlerabschätzung durchgeführt.

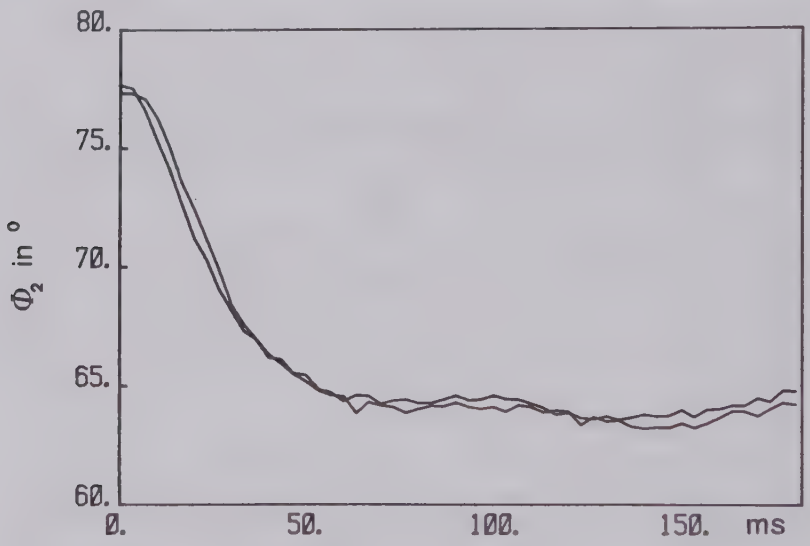

Abb.23: Ergebnis einer zweimaligen Filmanalyse für den Verlauf des Oberschenkelwinkels ϕ_2 gegenüber der Horizontalen

In Abb.23 ist das Ergebnis einer zweimaligen Analyse des gleichen Versuchs dargestellt. Es läßt sich dabei der Abtastfehler sowohl innerhalb einer Kurve, als auch der Fehler bei mehrmaligem Abtasten bestimmen.
Innerhalb einer Kurve ergibt sich aufgrund der Schwankungen im Verlauf ein Fehler von $\Delta\phi_a \lesssim \pm 0.1^\circ$, während zwischen beiden Kurven der Abtastfehler bei $\Delta\phi_b \lesssim \pm 0.3^\circ$ liegt.
Soll nun aus der Filmanalyse die Winkelgeschwindigkeit bestimmt werden, so müssen die Daten einmal differenziert werden, günstigerweise nach der 3-Punkt-Formel.

Das Ergebnis ist für beide Analysen in Abb.24 aufgetragen. Deutlich ist die Aufrauhung der Kurven durch das Differentiationsverfahren zu erkennen.

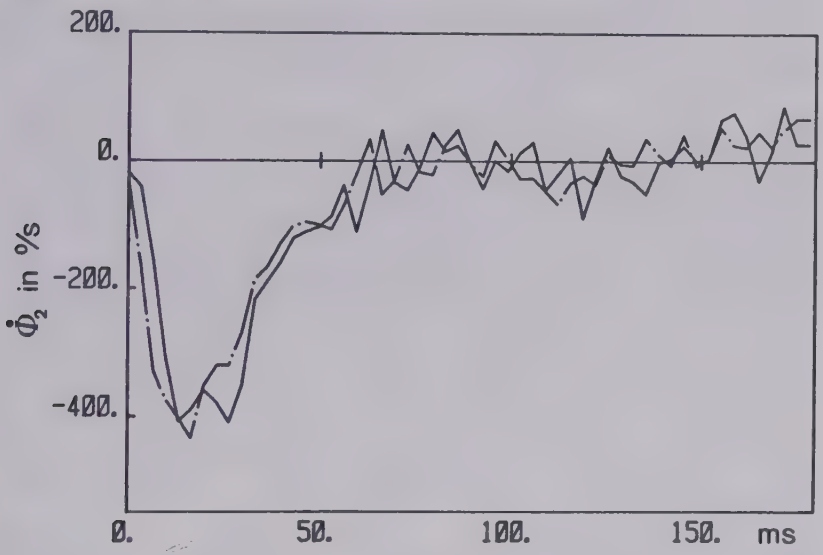

Abb.24: Differenzieren der Winkelverläufe aus den beiden Filmanalysen liefert für beide Fälle den Verlauf der Winkelgeschwindigkeit des Oberschenkels $\dot{\Phi}_2$. Die Aufrauhung der Kurven durch das Differentiationsverfahren ist offensichtlich.

Legt man die Zeitspanne einer Bildaufnahme von 1/300 s zugrunde, so ergibt sich für den Fehler in der Geschwindigkeitsberechnung innerhalb einer Kurve $\Delta\dot{\phi}_a \lesssim \pm 30\,°/s$ und zwischen beiden Kurven $\Delta\dot{\phi}_b \lesssim \pm 90\,°/s$. Aus Abb.24 ersieht man, daß die Winkelgeschwindigkeit während des Aufpralls bis etwa 400 °/s anwächst, wobei der Kurvenverlauf noch mit einem Fehler von ca. ± 30 °/s behaftet ist. Allerdings ist aus Abb.24 auch ersichtlich, daß eine Mittelung der starken Schwankungen in den Kurven relativ

einfach ist. Damit ist es dann mit Hilfe der Filmanalyse doch möglich, eine genauere Aussage über den Geschwindigkeitsverlauf zu machen, als es zunächst den Anschein hat.

Trotzdem wird deutlich, daß eine nochmalige Differentiation der Daten mit dem Ziel, die Beschleunigungen zu bestimmen, zu unbrauchbaren Ergebnissen führen muß. Für den Fehler in der Beschleunigungsberechnung innerhalb einer Kurve ergibt sich ein Wert von $\Delta\ddot{\varphi}_a \lesssim \pm 9000\,^{\circ}/s^2$ und der Fehler zwischen beiden Abtastversuchen beläuft sich auf einen Wert von $\Delta\ddot{\varphi}_b \lesssim \pm 27000\,^{\circ}/s^2$. Bestimmt man daher mit Hilfe der Filmanalyse durch zweimaliges Differenzieren die Winkelbeschleunigung, so erhält man beispielsweise innerhalb der ersten 25 ms Werte bis zu $10000\,^{\circ}/s^2$, die mit einem Fehler von etwa $\pm 9000\,^{\circ}/s^2$ behaftet sind. Im Bereich des Krafstoßes liegt demnach der Fehler in der gleichen Größenordnung wie der Meßwert selbst, während in der anschließenden aktiven Abbremsphase, in der nur geringe Beschleunigungen auftreten, der Fehler die Größenordnung der Meßwerte weit überschreitet.

Auch wenn im Bereich der aktiven Abbemsphase durch eine Mittelung der Daten noch eventuell eine Aussage über den Beschleunigungsverlauf möglich wäre, so scheitert die Bestimmung der Beschleunigung im Kraftstoßbereich bereits an der Anzahl der zur Verfügung stehenden Bilder für diese Phase: Der Anstieg des Kraftstoßes, bei dem der Körper ja die höchsten Beschleunigungen erfährt, erfolgt in einem Zeitraum von ca. 15 ms. Bei einer Aufnahmegeschwindigkeit von 300 Bilder/s entfallen auf diese Zeitspanne jedoch nur 4-5 Bilder. Differentiation nach der 3-Punkt-Formel liefert 3 Geschwindigkeitswerte in diesem Bereich und nochmalige Differentiation ergibt genau einen Beschleunigungswert für die Phase des Kraftanstiegs, wobei dieser Wert auch noch mit dem oben diskutierten hohen Fehler belastet ist.

Schon an diesem Beispiel wird deutlich, daß die Filmanalyse

zur Bestimmung von Beschleunigungen unbrauchbar ist. Als eine weitere grundsätzliche Schwierigkeit bei der Filmanalyse treten im Kraftstoßbereich Verschiebungen der Haut gegenüber den tieferliegenden Körperanteilen auf, so daß ein Abtasten der Meßpunkte auf der Haut nicht auf die tatsächliche Lage der Schwerpunktskoordinaten schließen läßt.
Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die mit Hilfe der Filmanalyse ermittelten Geschwindigkeitsverläufe mit einem relativ großen Fehler belastet sind, aber zum Vergleich mit Ergebnissen aus anderen Bestimmungsverfahren herangezogen werden können. Zur Ermittlung des Verlaufs von Beschleunigungen ist die Filmanalyse nicht geeignet.

V. Standhochsprung mit Landung auf der Ferse

An einem konkreten Beispiel soll nun das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmasse durchgerechnet werden. Als Bewegungsablauf wählten wir den Standhochsprung mit Landung auf der Ferse, wie er im Verlauf der Arbeit bereits des öfteren angesprochen wurde. Unser Interesse beschränkt sich dabei auf den Abbremsvorgang nach dem Auftreffen auf den Boden bis zum völligen Stillstand, da gerade in der Phase des Aufpralls die größten Beschleunigungen auftreten. Um die Versuchsbedingungen den Möglichkeiten des Modells anzupassen, wurde der Bewegungsablauf folgendermaßen ausgeführt:
Die Versuchsperson stand in gestreckter Stellung auf der Kraftmeßplatte. Die Arme waren an den Rumpf angelegt und die Hände hinter dem Rücken verschränkt. Nach einem kurzen Tiefgehen erfolgte ein beidbeiniger Absprung senkrecht nach oben, gefolgt von einer Landung auf der Ferse des einen Beines, während das andere Bein in der Luft gehalten wurde. Kurz nach dem Auftreffen der Ferse klappte der ganze Fuß auf den Boden und der Körper kam in dieser Stellung zum Stillstand.
Die Kraft- und Beschleunigungsmessungen, die während dieses Bewegungungsablaufes an der Versuchsperson durchgeführt wurden, sind im vorhergehenden Abschnitt IV dargestellt und diskutiert. Die Landung auf einem Bein sollte dabei sicherstellen, daß einerseits der Verlauf des Angriffspunktes der Kraft am Fuß genau bestimmt werden konnte. Andererseits sollte die zeitliche Koordination der Kraftmessungen und der Beschleunigungsmessungen nicht durch ein ungleiches Auftreffen beider Fersen auf die Kraftmeßplatte erschwert werden. Beispielsweise könnte der Fall eintreten, daß der Fuß ohne Beschleunigungsmeßgeräte kurze Zeit vor dem Fuß mit den montierten Meßgeräten auf die Kraftmeßplatte auftrifft. Dann wird die Kraftmessung

bereits ausgelöst, während eine entsprechende Beschleunigungsmessung noch ausbleibt.
Da diese Messungen als Eingabedaten in das Modell dienen, muß die einbeinige Landung bei der Versuchsdurchführung später in der Massenverteilung der Teilglieder des Modells berücksichtigt werden.

1. Versuchsaufbau

In Abb.25 ist die gesamte Versuchsanordnung schematisch dargestellt.

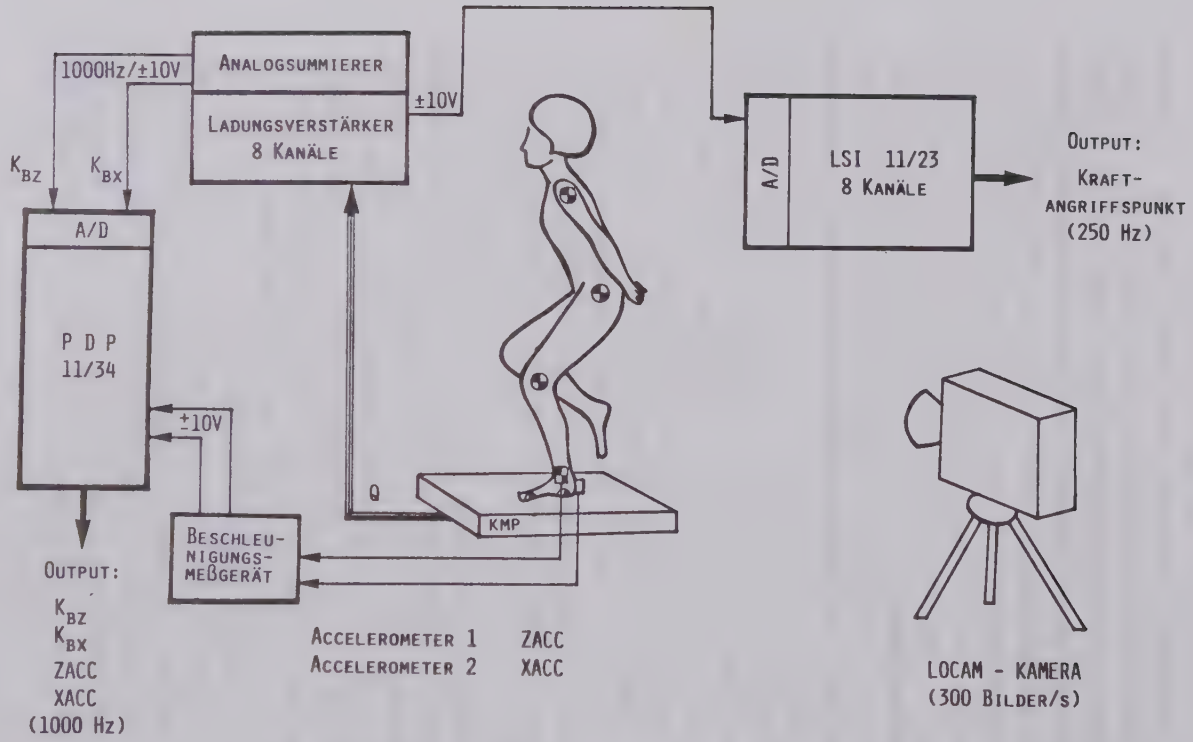

Abb.25: Darstellung des gesamten Versuchsaufbaus

Beschreibung des Versuchsaufbaus:
Von der Kraftmeßplatte wurden die Kräfte in allen drei Raumrichtungen in 8 Kanälen (4 K_{Bz}, 2 K_{Bx}, 2 K_{By}) gemessen. Über einen Ladungsverstärker gelangten die Meßdaten der 8 Kanäle in den Computer LSI II/23 und wurden dort abgespeichert. Die Aufnahmefrequenz dieser Messung lag für jeden Kanal bei 250 Hz. Mit Hilfe eines internen Meßprogramms wurde aus diesen Daten der Verlauf des Angriffspunkts in x-Richtung, d.h. in Vorwärts-Rückwärts-Richtung berechnet. Gleichzeitig war ein zweites Meßsystem angeschlossen, das nur über 4 Kanäle aufnahm, dafür aber mit einer Frequenz von 1000 Hz pro Kanal. So lieferte ein Analogsummierer die Daten der bereits aufsummierten Kräfte in vertikaler Richtung (K_{Bz}) und in Vorwärts-Rückwärts-Richtung (K_{Bx}). Mit den beiden anderen Kanälen wurden die Daten der Beschleunigungsmessungen am Knöchel aufgezeichnet, nämlich der Beschleunigung in vertikaler Richtung ($\ddot{z}_F$ bzw. ZACC) und der Beschleunigung in horizontaler Richtung ($\ddot{x}_F$ bzw. XACC). Die Daten der 4 Kanäle wurden einem Computer PDP11/34 zugeleitet und dort abgespeichert. Die Aufnahmezeit der Messung betrug 3 sec.
Man erhielt zwei Meßfiles mit verschiedener Aufnahmefrequnz die nun gemeinsam zu einem Datenfile für die Eingabe in das Modell verarbeitet werden mußten.
Zusätzlich wurde der gesamte Bewegungsablauf mit einer Hochgeschwindigkeitskamera gefilmt. Einzelheiten dazu sind dem Abschnitt IV.4 zu entnehmen.

2. Verarbeitung der Meßdaten

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß Ergebnisse der Filmanalyse nicht zur Eingabe in das Modell verwendet wurden. Einzige Ausnahme bildeten die Winkelstellungen der Körperteile im Zeitpunkt des Auftreffens der Ferse auf die Kraftmeßplatte. Sie wurden dem entsprechenden Bild des Films entnommen und dienten als Anfangsbedingung für die Winkelstellungen des Modells (vgl. Abschnitt V.4). Ansonsten wurde der Bewegungsablauf der Versuchsperson, wie er durch die Filmanalyse ermittelt werden konnte, ausschließlich zum Vergleich mit dem errechneten Bewegungsablauf des Modells herangezogen (vgl. dazu Abschnitt VI.2).

Die Verarbeitung der Daten aus der PDP-Messung (1000 Hz) und der LSI-Messung (250 Hz) zu einem Eingabefile für das Modell erfolgte über mehrere Stufen. Wie in Abschnitt IV eingehend diskutiert wurde, mußten die Rohdaten aus den Messungen in verschiedener Weise aufbereitet werden. Allgemein wurden nur die Meßwerte des interessierenden Zeitabschnittes, vom Auftreffen der Ferse bis zum Stillstand des ganzen Körpers, verarbeitet. Neben der Nullpunktsfestlegung war es zuersteinmal erforderlich, die erhaltenen zeitlichen Verläufe zu glätten. Da der Verlauf des Angriffspunkts der Bodenreaktionskraft nur mit einer Frequenz von 250 Hz ermittelt werden konnte, mußte zwischen den einzelnen Werten interpoliert werden. Außerdem war es notwendig, die Daten der Beschleunigungsmessung in x-Richtung im Anfangsbereich zu korrigieren. Desweiteren mußten die Daten aus den Kraftmessungen mit denen aus den Beschleunigungsmessungen zeitlich koordiniert werden.

All diese Maßnahmen wurden im Abschnitt IV bereits angesprochen und untersucht.

Nach der Umrechnung aller Meßgrößen in die entsprechenden Einheiten wurden die Werte schließlich in geeigneter

Reihenfolge in den Datenfile HOPPIN.DAT eingelesen. Die Eingabe der Meßdaten in das Berechnungsprogramm für das Modell erfolgt damit ausschließlich über den Datenfile HOPPIN.DAT.
Es sei noch angemerkt, daß die aufgeführten Verfahren zur Verarbeitung aus den Messungen zwar aufwendig, aber nicht sehr kompliziert sind. Noch dazu sind sie stark abhängig von den verwendeten Meßeinrichtungen. Aus diesen Gründen wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter auf die für diesen Zweck entwickelten Verarbeitungsprogramme eingegangen.

3. Modellparameter

In das Berechnungsprogramm für das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmasse müssen außerdem die verschiedenen körpereigenen Maße und Parameter der Versuchsperson eingegeben werden. Sie werden hier der Reihe nach aufgeführt und gegebenenfalls diskutiert.

a) Längen der 3 Teilkörper:

Länge des Unterschenkels: $l_1 = 0.43$ m
Länge des Oberschenkels: $l_2 = 0.45$ m
Länge des Rumpfes : $l_3 = 0.75$ m
(einschließlich Kopf)

b) Massenverhältnisse

Gesamtmasse: $m_S = 63.20$ kg

Im Modell sind alle Massen durch die Gesamtmasse dividiert. Die Massenangaben beziehen sich daher prozentual auf die Gesamtmasse und besitzen keine Einheiten. In Anlehnung an Clauser (1969) wird folgende Aufteilung der Teilkörpermassen getroffen:

Masse eines Unterschenkels: $m_1 = 0.06$
Masse eines Oberschenkels: $m_2 = 0.11$
Bei der einbeinigen Landung wird die Masse des frei hängenden Beines zum Rumpf gezählt. Im Rumpf steckt damit die gesamte restliche Masse des Körpers und es ergibt sich:
Masse des Rumpfes: $m_3 = 0.83$

Außerdem mußte für jeden Teilkörper eine Aufteilung in Knochenmasse und Schwabbelmasse getroffen werden. Hierzu gibt es in der Literatur keine genauen Angaben. Rein empirische Überlegungen zusammen mit einer Austestung der

Werte bei verschiedenen Eingaben am Modell führten zu folgender Festlegung:

Unterschenkel:	Knochenanteil 22%	Schwabbelmasse 78%
Oberschenkel:	Knochenanteil 25%	Schwabbelmasse 75%
Rumpf:	Knochenanteil 50%	Schwabbelmasse 50%

Damit folgt für die Massenverhältnisse von Knochen und Schwabbelmasse:

Unterschenkel:	$m_{1K} = 0.013$	$m_{1W} = 0.047$
Oberschenkel:	$m_{2K} = 0.027$	$m_{2W} = 0.083$
Rumpf:	$m_{3K} = 0.415$	$m_{3W} = 0.415$

Im Fall der Rechnung mit starren Teilkörpern des Modells werden die Anteile der Schwabbelmasse verschwindend gering gegen die Anteile der Knochenmassen gesetzt.

c) Trägheitsmomente

Für die Berechnung der Trägheitsmomente werden sowohl die Knochen als auch die Schwabbelmassen als Zylinder betrachtet, die in der xz-Ebene um ihre Schwerpunkte rotieren können. Die Radien der Körperteile wurden aus Umfangsmessungen bestimmt:

Daher ergeben sich für die Weichteile:
$r_{1W} = 0.057$ m , $r_{2W} = 0.080$ m , $r_{3W} = 0.127$ m

Für die Radien der Röhrenknochen von Unter- und Oberschenkel wurde angenommen:
$r_{1K} = 0.025$ m und $r_{2K} = 0.025$ m

Da auch die Längen der Teilkörper bekannt sind, wurden die Trägheitsmomente nach der Beziehung

$$\Theta_i = m_i \left(\frac{l_i^2}{12} + \frac{r_i^2}{4} \right)$$

berechnet. Die Massenterme sind dimensionslos und daher wird die Einheit der Trägheitsmomente mit [m^2] angegeben. Das Trägheitsmoment des Rumpfes wurde aufgeteilt in 80% für den Anteil der Schwabbelmasse und 20% für den knöchernen Anteil. Man erhält somit folgende Werte für die Trägheitsmomente:

$\Theta_{1K} = 0.00023\ m^2$ $\qquad$ $\Theta_{1W} = 0.00073\ m^2$

$\Theta_{2K} = 0.00047\ m^2$ $\qquad$ $\Theta_{2W} = 0.00152\ m^2$

$\Theta_{3K} = 0.00845\ m^2$ $\qquad$ $\Theta_{3W} = 0.03380\ m^2$

d) Querschnittsflächen der Teilkörper

Aus den Weichteilradien in c) ergeben sich die Querschnittsflächen der 3 Teilkörper:

$f_1 = 0.01\ m$, $\quad f_2 = 0.02\ m$, $\quad f_3 = 0.05\ m$

e) Kopplungs- und Dämpfungskonstanten

Die Art der Kopplung zwischen Knochen und Schwabbelmassen wurde bereits im Abschnitt III.2b diskutiert. Das vorgestellte Modell enthält als Ansatz für die Kopplung eine quasi-elastische Kraft mit Dämpfung (vgl. (III.5,6)). Die Frequenz der Schwingung bei Auslenkung der Schwabbelmassen in longitudinaler bzw. transversaler Richtung zum Knochen wird dabei durch die Konstanten c_ℓ und c_t festgelegt. Die Stärke der Dämpfung entscheidet über die Anzahl der Schwingungen, die die Schwabbelmasse nach einer Auslenkung gegenüber dem Knochen ausführt. Diese Dämpfung in longitudinaler bzw. transversaler Richtung wird durch die Konstanten d_ℓ und d_t bestimmt.

Für diese Größen sind in der Literatur keine Werte zu finden. Doch durch Austesten und Modellieren läßt sich ein engerer Bereich angeben, in dem die Größenordnung dieser Konstanten liegen muß, was auch relativ einfach zu überprüfen ist. So liegt die Schwingungsfrequenz der

Weichteilmassen nach einer Auslenkung etwa im Bereich von 30 Hz. Die Dämpfung ist dabei ziemlich groß, denn schon nach ein- höchstens zweimaligem Überschwingen ist die Schwabbelmasse relativ zum Knochen wieder in Ruhe.
Bei derartigen Abschätzungen für die linearen Auslenkungen der Schwabbelmasse erwiesen sich die folgenden Kopplungs- und Dämpfungskonstanten als recht gut geeignet:

$$c_\ell = c_t = 6.8 \cdot 10^9 \quad 1/(m^4 s^2)$$

$$d_\ell = d_t = 40000 \quad 1/(m^3 s)$$

Bei Verdrehung der Weichteile gegenüber dem Knochen wird ein Drehmoment übertragen. Der Ansatz für diese Kopplung (vgl. III.9) enthält die zwei Konstanten a und b, die ebenfalls durch Modellieren abegeschätzt wurden. Es ergaben sich dafür die Werte:

$$a = 100 \; m^2/s^2 \qquad b = 0.5 \; m^2/s$$

Der Einfachheit halber werden bei allen 3 Teilgliedern für die Konstanten jeweils die gleichen Werte verwendet. Die Eingabe aller Modellparameter in das Berechnungsprogramm für das Modell erfolgt über den Datenfile SPR6.DAT.

4. Anfangsbedingungen

Für die Integration der Bewegungsgleichungen des Modells ist es notwendig, die Anfangsbedingungen festzulegen. Der Anfangszeitpunkt (t=0) des Bewegungsablaufs ist dabei durch das Auftreffen der Ferse auf den Boden definiert.

a) Anfangskoordinaten

Das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmasse besitzt 14 Freiheitsgrade vgl. Abschnitt III.4a), für die Anfangskoordinaten festgelegt werden müssen. Da der Ursprung des Koordinatensystems am Ort des Auftreffpunkts der Ferse definiert ist, gilt für die Koordinaten des Fußpunkts bei t=0:

$$x_F = 0 \quad , \quad z_F = 0$$

Bis zu diesem Zeitpunkt wirkte auf den Körper während des freien Falls nur die Gravitationskraft als äußere Kraft ein. Dabei kann es zu keinen Verschiebungen zwischen Knochen und Schwabbelmassen kommen und daraus folgt für den Zeitpunkt des Auftreffens für alle Koordinaten der Verschiebung und Verdrehung: (i=1,2,3)

$$\Delta x_i = 0 \quad , \quad \Delta z_i = 0 \quad , \quad \Delta\phi_i = 0$$

Die Anfangswinkelstellungen der Körperteile bezüglich der Horizontalen zum Zeitpunkt t=0 werden als einzige Größen dem Film entnommen:

$$\phi_{1K} = \phi_{1W} = 101^\circ \quad , \quad \phi_{2K} = \phi_{2W} = 77.5^\circ \quad , \quad \phi_{3K} = \phi_{3W} = 109.5^\circ$$

b) Anfangsgeschwindigkeiten

Für den Fußpunkt erhält man die Anfangsgeschwindigkeiten aus der Integration der Beschleunigungsmessungen $\ddot{x}_F$ und $\ddot{z}_F$ (bzw. XACC und ZACC) über den gesamten Zeitraum des

Abbremsvorgangs vom Auftreffen der Ferse bis zum Stillstand. In unserem Beispiel ergaben sich für den Zeitpunkt t=0 folgende Fußpunktsgeschwindigkeiten:

$$\dot{x}_F = 0.0768 \text{ m/s} \qquad \dot{z}_F = -1.4563 \text{ m/s}$$

Beim Auftreffen sind die Geschwindigkeiten der Verschiebungen und Verdrehungen der Schwabbelmassen gegnüber den Knochen noch Null:

$$\Delta\dot{x}_i = 0 \quad , \quad \Delta\dot{z}_i = 0 \quad , \quad \Delta\dot{\phi}_i = 0 \qquad (i=1,2,3)$$

Die Winkelgeschwindigkeiten für den Anfangszeitpunkt t=0 könnten im Prinzip ebenfalls über die Filmanalyse bestimmt werden. Allerdings ist diese Methode ziemlich ungenau. Die Problematik bei der Differentiation der Filmdaten wurde im Abschnitt IV.4 eingehend untersucht.
Wir wählten daher ein anderes Verfahren und berechneten die Winkelgeschwindigkeiten mit Hilfe des Drehimpulssatzes. Man geht dabei von der Bedingung aus, daß der Körper am Ende des Bewegungsablaufs in Ruhe ist . Außerdem ist das Moment der äußeren Kräfte auf den Körper leicht bestimmbar, da man den Verlauf der Kräfte und Angriffspunkte kennt. Damit kann auf den Gesamtdrehimpuls des Körpers beim Auftreffen geschlossen werden. Mit den beiden Schwerpunktsgleichungen, der Drehimpulsgleichung und den Eingaben der Messungen können die drei Winkelgeschwindigkeiten beim Auftreffen zum Zeitpunkt t=0 bestimmt werden. Die genaue Herleitung und Berechnung mit dem Programm MATRIX ist im Anhang zu finden.
Es resultieren die folgenden Winkelgeschwindigkeiten für t=0:

$$\dot{\phi}_{1K} = \dot{\phi}_{1W} = 56.2268 \ ^{o}/s$$

$$\dot{\phi}_{2K} = \dot{\phi}_{2W} = -6.9191 \ ^{o}/s$$

$$\dot{\phi}_{3K} = \dot{\phi}_{3W} = -62.1189 \ ^{o}/s$$

Der Vorteil dieser Methode liegt vor allem auch darin, daß bei Eingabe dieser Anfangsgeschwindigkeiten und fehlerfreier Rechnung am Ende des Bewegungsablaufes alle Schwerpunkts- und Winkelgeschwindigkeiten beim Modell nicht nur näherungsweise, sondern genau Null sein müssen. Dies wurde ja durch die Bedingungsgleichungen zur Berechnung der Anfangsgeschwindigkeiten gefordert. Damit ist also gleichzeitig eine Kontrollmöglichkeit bei der Modellrechnung gegeben.

Die Anfangsbedingungen werden zusammen mit den Modellparametern über den Datenfile SPR6.DAT in das Programm zur Berechnung des Modells eingegeben.

5. Numerische Integration der Bewegungsgleichungen

Das Differentialgleichungssystem (III.45) zur Berechnung des Bewegungsablaufs des dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmasse und masselosem Fuß wird im Programm HOPP6 numerisch gelöst. Hier werden die Datenfiles HOPPIN.DAT und SPR6.DAT eingelesen, die die Ergebnisse der Messungen sowie die Modellparameter und Anfangswerte für die Integration enthalten.
Das Gleichungssystem wird nach dem Gauss-Eliminations-Verfahren gelöst und mit dem Integrationsprogramm DE integriert. Dieses Integrationsprogramm wurde von Shampine und Gordon (1975) entwickelt und arbeitet mit einer automatischen Schrittweiten- und Ordnungssteuerung.
Die Ausgabe aller Daten erfolgt im Abstand von 1 ms. Auf diese Weise erhält man den vollständigen Bewegungsablauf des Modells vom Auftreffen auf den Boden bis zum endgültigen Stillstand. Damit ist es gleichzeitig möglich, für diese Phase den Verlauf der in den Gelenken übertragenen Kräfte und Momente zu berechnen . All diese Ergebnisse werden im folgenden Abschnitt dargestellt und diskutiert. Das Programm HOPP6 ist im Anhang aufgeführt.

VI. Ergebnisse

1. Bedeutung der Schwabbelmasse

Um den Einfluß der Schwabbelmasse auf die Resultate der Modellrechnungen zu untersuchen, berechneten wir den gleichen Bewegungsablauf sowohl mit dem vorgestellten dreigliedrigen Modell mit Schwabbelmasse als auch mit einem analogen Modell bestehend aus lediglich drei starren Teilgliedern (vgl. Abschnitt V.3b). Wie in der Literaturübersicht schon angesprochen, wurden bisher zur Berechnung von Bewegungsabläufen allgemein nur Modelle mit starren Teilgliedern verwendet. Die folgenden Abbildungen sollen nun Aufschluß darüber geben, inwieweit die Ergebnisse aus den Berechnungen mit starren Modellen von solchen abweichen, bei denen die Schwabbelmasse berücksichtigt wurde. Als Beispiele werden die in Knie und Hüfte übertragenen Zwangskräfte (Horizontalkomponente) und Momente genauer betrachtet. Sie wurden mit Hilfe beider Modelle berechnet. In den Abb.(26a-d) sind nur die ersten 120 ms nach dem Auftreffen auf den Boden aufgetragen. Die Ergebnisse aus den Rechnungen mit dem starren Modell sind strichpunktiert gezeichnet. Abb.26a zeigt den Verlauf der Horizontalkomponente der Zwangskraft im Kniegelenk, wie er unter Verwendung beider Modelle gewonnen wurde.

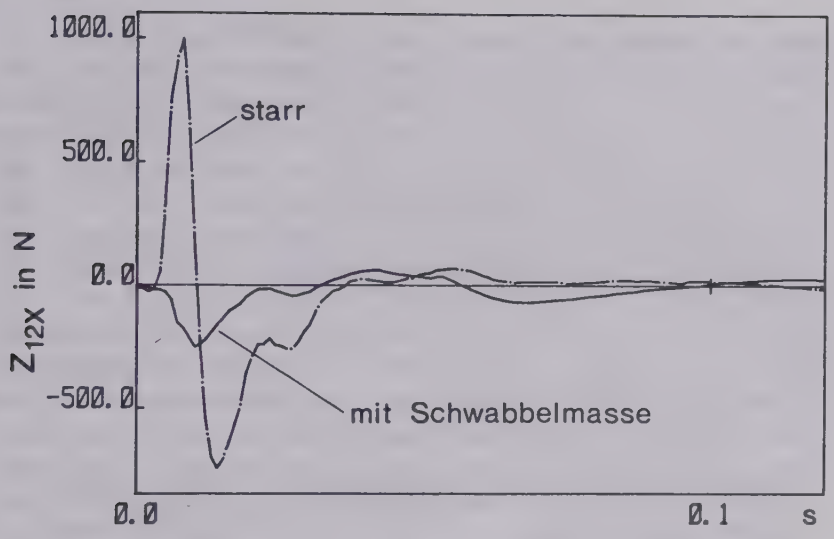

Abb.26a: Verlauf der Zwangskraft im Kniegelenk (Horizontalkomponente) bei Verwendung eines Modells mit starren Teilgliedern (strichpunktierte Linie) und des Modells mit Schwabbelmasse (durchgezogene Linie)

Man erkennt deutlich, daß etwa nach 50 ms beide Kurven zusammenlaufen. Es ist dies die Phase nach dem Kraftstoß, also nach der Aufprallphase. Dieses Verhalten ist zu erwarten, da in diesem Bereich keine hohen Beschleunigungen mehr auftreten und die Verschiebungen zwischen Knochen und Schwabbelmassen vernachlässigbar klein sind. Das Modell mit Schwabbelmasse verhält sich dann genauso wie ein Modell mit völlig starren Teilgliedern und deshalb ist in diesem Bereich eine solche Beschreibung des menschlichen Körpers auch völlig ausreichend. Ganz anders liegen die Verhältnisse allerdings in dem Zeitbereich, in dem auf den Körper ein Kraftstoß einwirkt. In den ersten 30 ms nach dem

Aufprall spielt der Aufbau des menschlichen Körpers aus Knochen und Weichteilen eine entscheidende Rolle (vgl. Abschnitt III.2). Bei Einwirkung einer derart kurzzeitigen Kraftspitze werden die starren Knochen schneller abgebremst als die Weichteile und dies führt zu Verschiebungen und Verdrehungen der Schwabbelmassen gegenüber den Knochen. Berücksichtigt man diesen Effekt nicht und gibt die vom menschlichen Körper abgenommenen Messungen in ein Modell mit völlig starren Teilgliedern ein, so liefert dieses bei der Berechnung der in den Gelenken übertragenen resultierenden Kräfte und Momente zwangsläufig vollkommen unrealistische Ergebnisse für die Aufprallphase. In Abb.26a treten bei der Berechnung der übertragenen Zwangskraft im Knie mit Hilfe des starren Modells hohe Spitzen in positiver und negativer Richtung auf, die sich bei integraler Betrachtung über die gesamte Kraftstoßphase von ca. 30 ms gegenseitig annähernd zu Null kompensieren. Derartige, im kurzzeitigen Wechsel wirkenden Druck- und Zugkräfte in den Gelenken während des Aufpralls erscheinen nicht realistisch und sind tatsächlich darin begründet, daß die Beschreibung des menschlichen Körpers durch ein starres Modell in dieser Phase zu einfach ist und damit zu falschen Ergebnissen führt. Diese Tatsache ist in gleicher Weise den Abb.26b-d zu entnehmen.

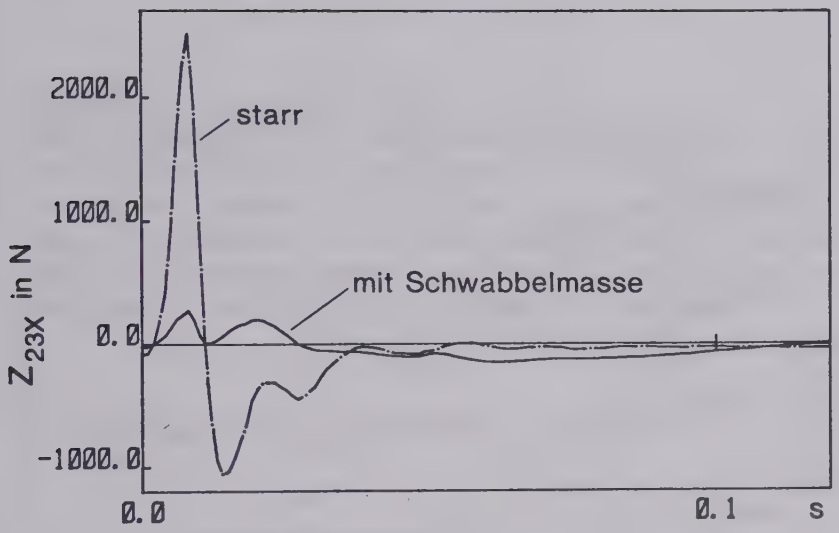

Abb.26b: Verlauf der Zwangskraft im Hüftgelenk (Horizontalkomponente) bei Verwendung beider Modelle

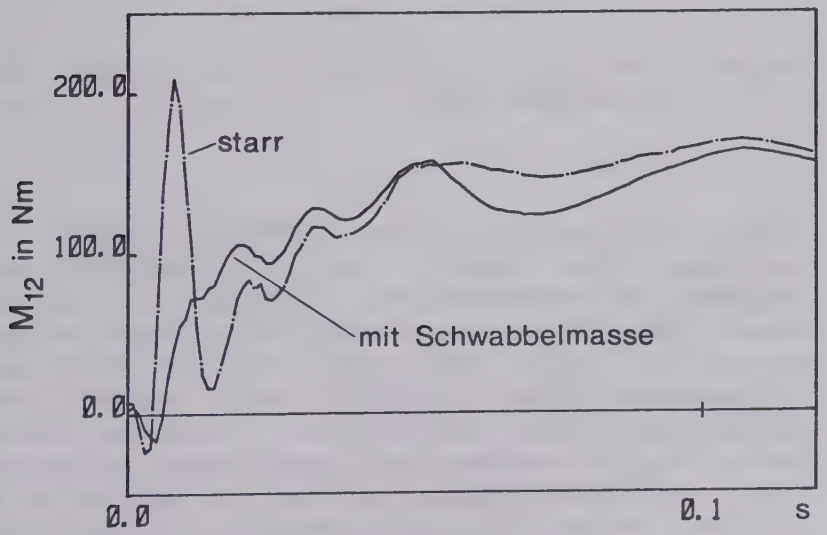

Abb.26c: Verlauf des übertragenen Moments im Kniegelenk bei Verwendung beider Modelle

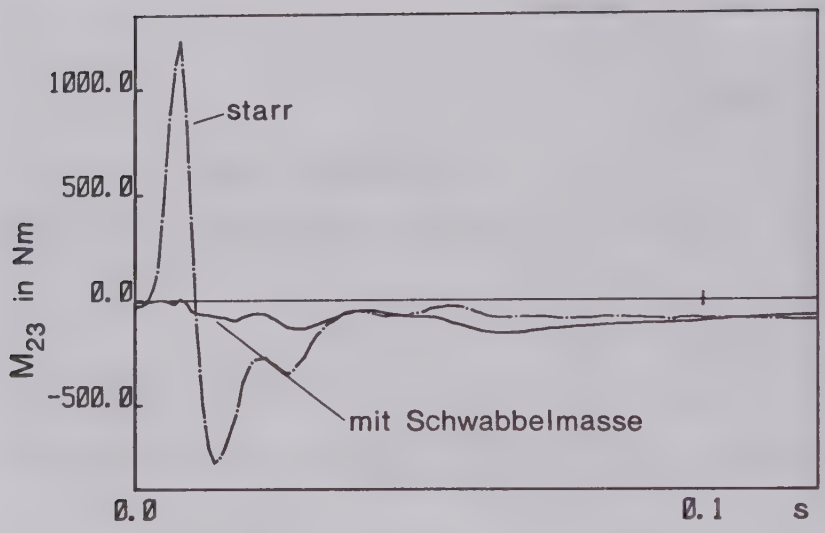

Abb.26d: Verlauf des übertragenen Moments im Hüftgelenk bei Verwendung beider Modelle

Dagegen zeigt der Verlauf der berechneten Größen bei Verwendung eines Modells, das die Verschiebung und Verdrehung der Weichteilmassen gegenüber den Knochen erlaubt, kaum Schwankungen und erreicht auch keine größeren Spitzenwerte. In den Abbildungen sind diese Werte mit durchgezogenen Linien gezeichnet. Gerade bei den in den Gelenken übertragenen Momenten, die ja muskulär erzeugt werden, ist zu erwarten, daß diese Größen während des Aufpralls noch kaum vorhanden sind bzw. nur geringe Werte erreichen. Tatsächlich liegen die Werte in der ersten Phase des Aufpralls bei Rechnung mit dem Modell mit Schwabbelmasse nahezu bei Null und nehmen dann langsam höhere Werte an

(vgl. Abb.26c,d und Abb.34a,d). Schon hier zeigt sich, daß das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmasse die wesentlichen Eigenschaften besitzt, um zuverlässiger als bisher auf die im Körper wirkenden Kräfte während eines Bewegungsablaufes schließen zu können. Im folgenden wird daher ersteinmal der berechnete Bewegungsablauf des Modells bei Eingabe der Meßdaten aus dem Niedersprung eingehend dargestellt.

2. Berechneter Bewegungsablauf des dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmasse

a) Verlauf der Winkel

In den beiden folgenden Abbildungen ist der Verlauf der Winkelstellungen gegenüber der Horizontalen von Knochen (Abb.27a) und Weichteilen (Abb.27b) über einen Zeitraum von 500 ms aufgetragen.

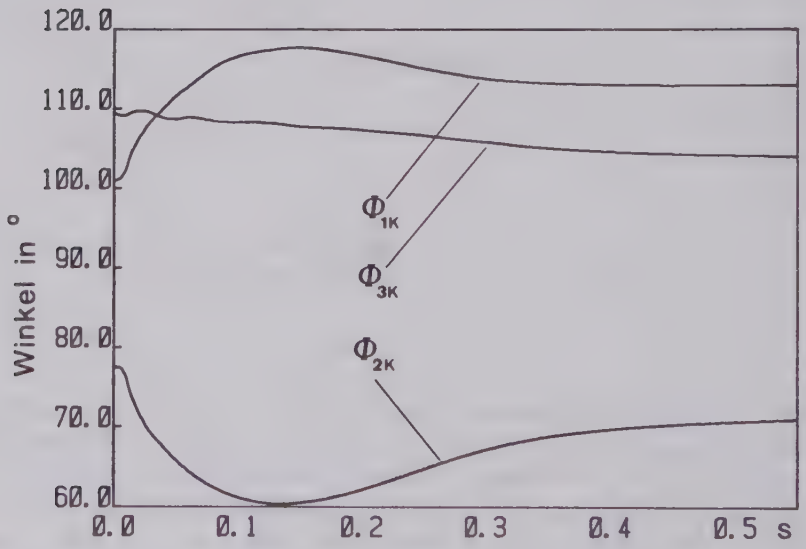

Abb.27a: Berechneter Winkelverlauf gegenüber der Horizontalen des knöchernen Anteils von Unterschenkel (ϕ_{1K}), Oberschenkel (ϕ_{2K}) und Rumpf(ϕ_{3K})

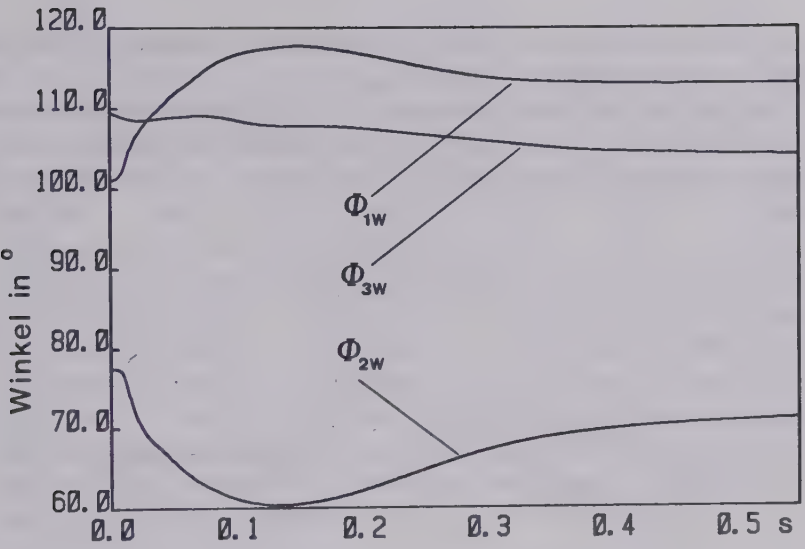

Abb.27b: Berechneter Winkelverlauf gegenüber der Horizontalen der Schwabbelmasse von Unterschenkel (ϕ_{1W}), Oberschenkel (ϕ_{2W}) und Rumpf (ϕ_{3W})

Deutlich ist die schlagartige Einknickbewegung der unteren Extremität in der Aufprallphase zu erkennen, während der Rumpf sich kontinuierlich aufrichtet. Wie zu erwarten, ereichen die Winkelstellungen in der Phase des Stillstandes ein konstantes Niveau.
Der Unterschied in den Winkelverläufen von Knochen und Weichteilen, der ja entscheidenden Einfluß auf die Höhe der im Körper wirkenden Kräfte hat, ist aus diesen Darstellungen kaum ersichtlich. Mehr Aufschluß darüber ergibt die Betrachtung der Differenz beider Größen, also die Verdrehung der Schwabbelmassen gegenüber den knöchernen Anteilen eines jeden Teilkörpers.

b) Verdrehungen und Verschiebungen zwischen Knochen und Schwabbelmassen

Der zeitliche Verlauf der Verdrehungen der Schwabbelmassen gegenüber den Knochen ist für alle drei Teilkörper in Abb.28 dargestellt. Die Größenordnung liegt bei maximal 1-2° .

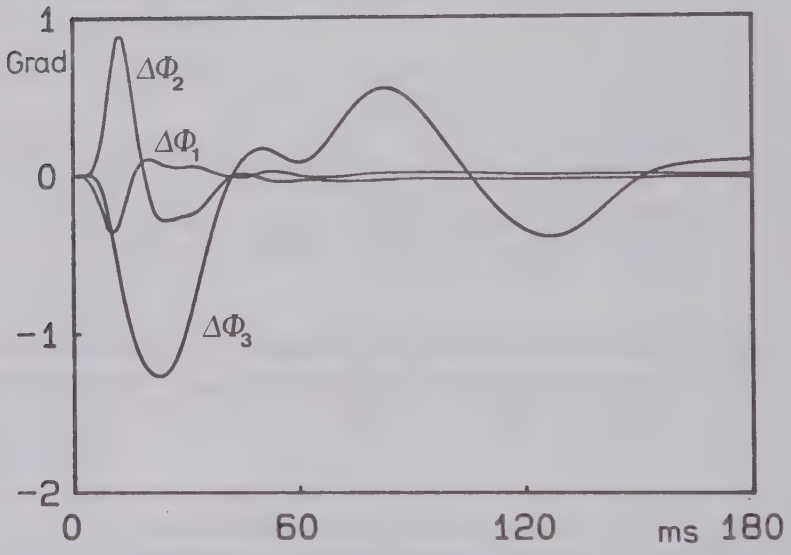

Abb.28: Verdrehungen der Schwabbelmassen gegenüber den Knochen von Unterschenkel ($\Delta\phi_1$), Oberschenkel ($\Delta\phi_2$) und Rumpf ($\Delta\phi_3$)

Die Ausschläge während der ersten 30 ms, jeweils gefolgt von einem leichten Überschwingen mit anschließendem Rückgang auf Null, zeigen gerade für den Unterschenkel und den Oberschenkel ein sehr realistisches Verhalten des Modells. Durch den Kraftstoß entsteht ein schlagartiges Einknicken

der knöchernen Anteile, was zu einer Verdrehung gegenüber den gedämpft-elastisch gekoppelten Weichteilen führt. Die Dämpfung wurde dabei in Anlehnung an das Verhalten der menschlichen Weichteile so stark gewählt, daß nur eine Schwingung mit anschließendem Rückgang in die Nullage möglich ist (vgl. Abschnitt V.3e). Die leichten Schwingungen im zeitlichen Verlauf der Verdrehung der Schwabbelmasse des Rumpfes im Anschluß an die Aufprallphase lassen auf eine nicht ganz optimale Anpassung der Kopplungsparameter bei diesem Teilkörper schließen. Allgemein sind die Kopplungskonstanten für die Rotationen der Schwabbelmassen unabhängig von der Querschnittsfläche der Teilkörper gewählt und dies erweist sich hier als nachteilig. Dieser Punkt kann noch verbessert werden, für die weiteren Rechnungen ist er allerdings nicht von wesentlicher Bedeutung.

Die verschiedenen Richtungen der Ausschläge im Kraftstoßbereich kommen dadurch zustande, daß die Teilkörper in verschiedenem Drehsinn beschleunigt werden. So ist natürlich die Verdrehung des Oberschenkels entgegengesetzt zur Drehrichtung von Unterschenkel und Rumpf. Dabei ist die Größe der Ausschläge bestimmt durch die Größe der Schwabbelmassen (bzw. ihrer Trägheitsmomente) der einzelnen Teilkörper.

Die Verschiebungen der Schwerpunkte von Knochen und Schwabbelmasse sind für alle Teilkörper in den beiden folgenden Abbildungen aufgetragen. Dabei zeigt Abb.29a die vertikale Komponente und Abb.29b die horizontale Komponente. Alle Verschiebungen liegen im Bereich von 1-2 cm, was dem Verhalten der Weichteile des menschlichen Körpers recht gut entspricht.

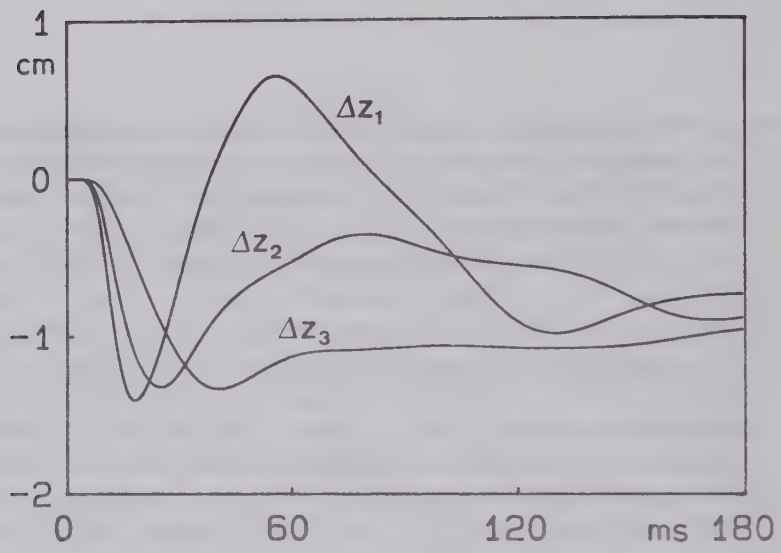

Abb.29a: Vertikale Verschiebungen der Schwerpunkte von Knochen und Schwabbelmassen des Unterschenkels (Δz_1), des Oberschenkels (Δz_2) und des Rumpfes (Δz_3)

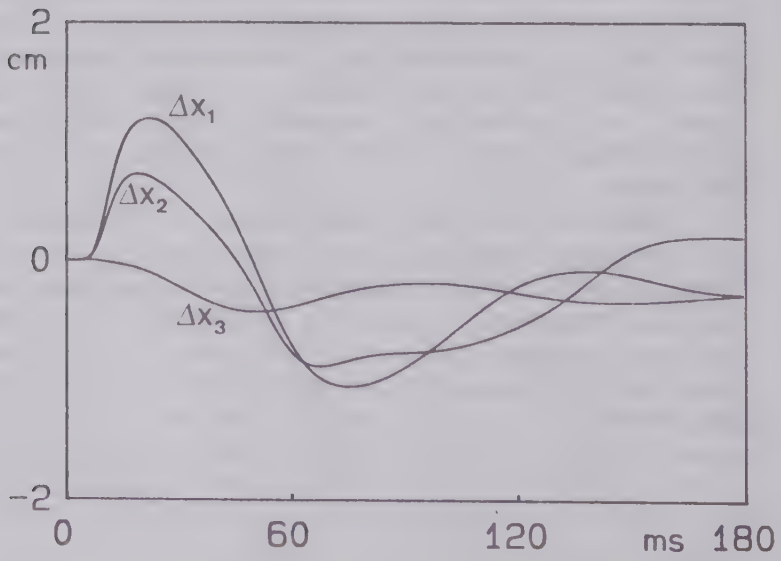

Abb.29b: Horizontale Verschiebungen der Schwerpunkte von Knochen und Schwabbelmassen des Unterschenkels (Δx_1), des Oberschenkels (Δx_2) und des Rumpfes (Δx_3)

Besonders in Abb.29a erkennt man genau wie sich die Wirkung des Kraftstoßes von Teilkörper zu Teilkörper fortpflanzt und dort jeweils schlagartig eine Verschiebung der Schwerpunkte in vertikaler Richtung auslöst. Dadurch wird eine Schwingung verursacht, die umso stärker gedämpft ist, je höher sich ein Teilkörper in der kinematischen Kette befindet und je später er damit von dem sich fortsetzenden Stoß erfaßt wird.
Auch in horizontaler Richtung werden durch den Kraftstoß Verschiebungen verursacht, die sich allerdings bei den oberen Teilgliedern, Oberschenkel und Rumpf, weniger stark auswirken und allgemein nach einer vollen Schwingung wieder auf Null zurückgehen.

c) Verlauf der Winkelgeschwindigkeiten
In Abb.30a sind die Winkelgeschwindigkeiten der knöchernen Anteile aufgetragen und Abb.30b zeigt die Winkelgeschwindigkeiten der Weichteile über den ganzen Zeitraum vom Auftreffen bis zum völligen Stillstand.

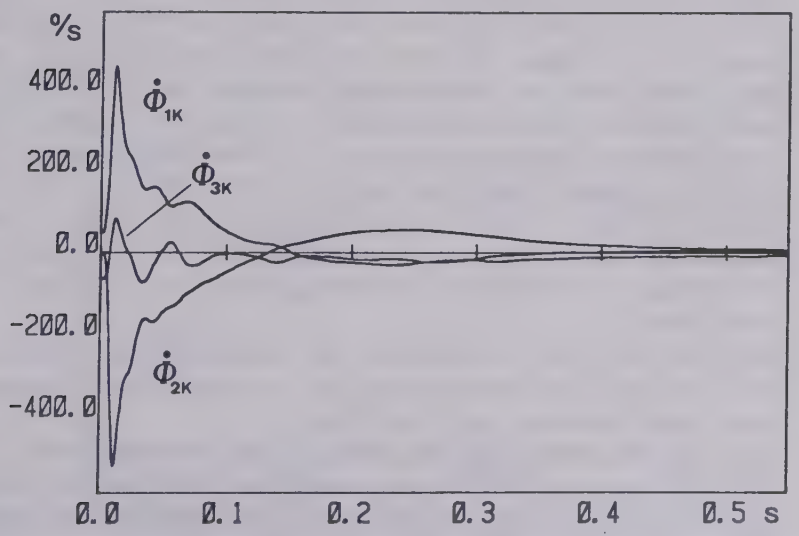

Abb.30a: Verlauf der berechneten Winkelgeschwindigkeiten des knöchernen Anteils von Unterschenkel ($\dot{\phi}_{1K}$), Oberschenkel ($\dot{\phi}_{2K}$) und Rumpf ($\dot{\phi}_{3K}$)

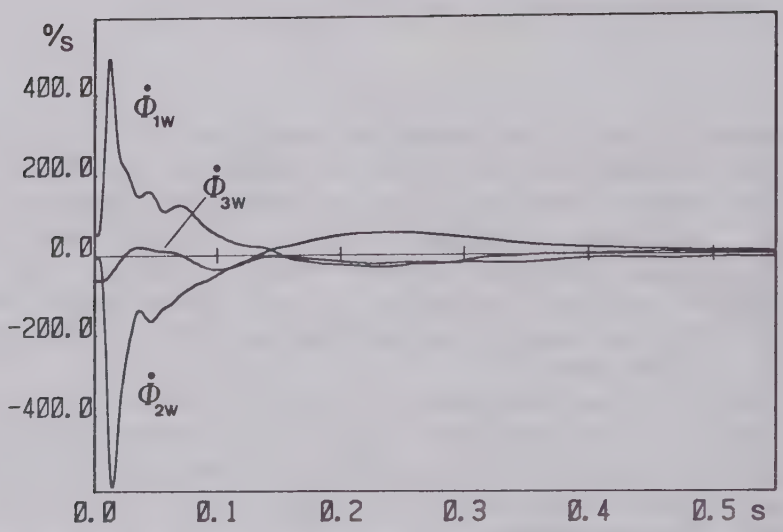

Abb.30b: Verlauf der berechneten Winkelgeschwindigkeiten der Schwabbelmassen analog zu Abb.30a

In beiden Darstellungen ist zu erkennen, welch schlagartigen Geschwindigkeitsänderungen besonders die Teilglieder der unteren Extremität in der Aufprallphase unterworfen sind. Der Kraftstoß verursacht dabei kurzzeitig derart hohe Winkelbeschleunigungen bei den Teilkörpern, daß Spitzenwerte bei den Geschwindigkeiten von über 400 °/s auftreten. Lediglich der Rumpf, der die größte Masse besitzt und sich am oberen Ende der kinematischen Kette befindet, unterliegt weit geringeren Beschleunigungen. Das an die Aufprallphase anschließende Überschwingen der Kurvenverläufe insbesondere bei Unterschenkel und Oberschenkel zeigt deutlich, wie der Körper diese hohen Geschwindigkeiten mit der unteren Extremität abfedert, um schließlich in der Phase des Stillstands die Winkelgeschwindigkeiten bis auf Null zu reduzieren.

Das recht ähnliche Verhalten der Geschwindigkeitsverläufe bei Knochen und Weichteilen ist auf die starke gedämpft-elastische Kopplung zurückzuführen.

Nur über die Berechnung des Modells mit Schwabbelmasse war es uns möglich, den Geschwindigkeitsverlauf der Teilkörper in dieser Genauigkeit zu bestimmen. Zur Überprüfung dieses Resultats erfolgt im nächsten Abschnitt der Vergleich mit den Ergebnissen aus der gesondert durchgeführten Filmanalyse.

3. Vergleich Filmanalyse - Modellrechnung

Die Filmanalyse bietet grundsätzlich die Möglichkeit den Bewegungsablauf eines menschlichen Körpers zu bestimmen. Dieses Verfahren und die damit erreichbare Genauigkeit wurde im Abschnitt IV.4 eingehend diskutiert. Unabhängig von unseren Modellrechnungen führten wir vom untersuchten Bewegungsablauf auch eine Filmanalyse durch und die Ergebnisse können zum Vergleich herangezogen werden. Da die Filmanalyse mit Meßpunkten arbeitet, die auf der Haut des menschlichen Körpers angebracht waren, können als Vergleichswerte nur Bewegungsgrößen der Schwabbelmasse verwendet werden.
Als Beispiel ist in den Abb.31a-c für jeden Teilkörper der Verlauf der Winkelgeschwindigkeit wie er mit Hilfe der Filmanalyse ermittelt wurde (strichpunktierte Linie) zusammen mit dem Ergebnis aus der Modellrechnung (durchgezogene Linie) aufgetragen.

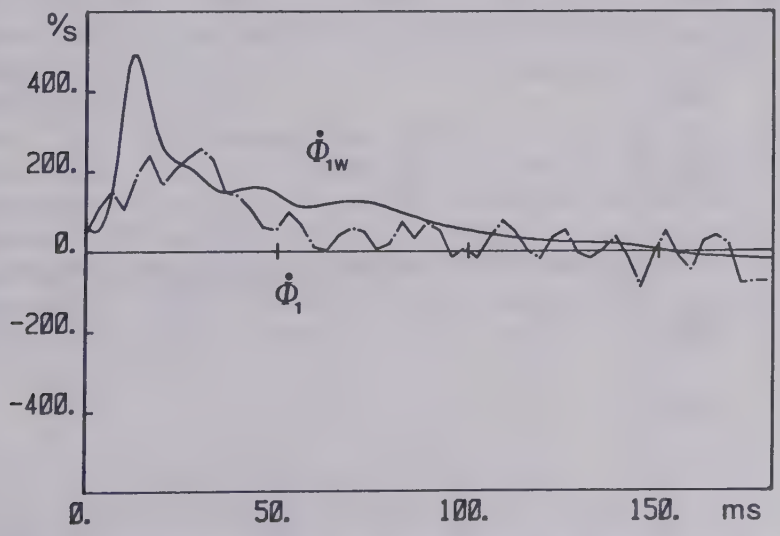

Abb.31a: Winkelgeschwindigkeit des Unterschenkels aus der Filmanalyse ($\dot{\Phi}_1$) im Vergleich mit dem berechneten Winkelgeschwindigkeitsverlauf der Schwabbelmasse des Unterschenkels ($\dot{\Phi}_{1w}$)

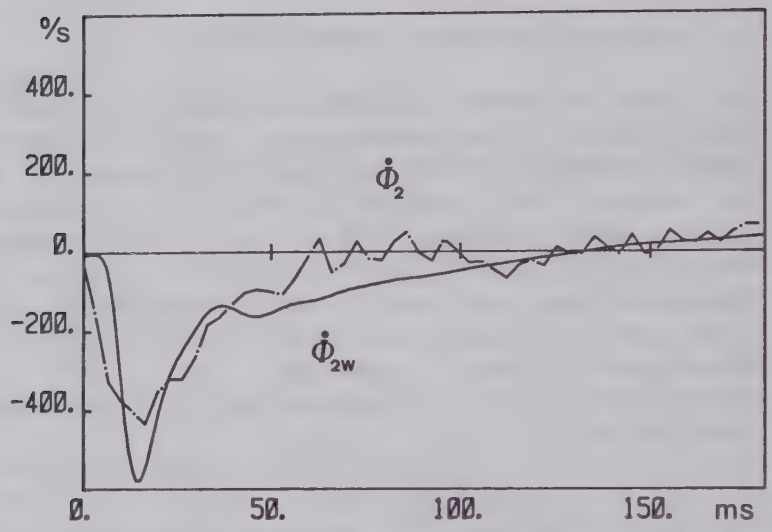

Abb.31b: Vergleich des Verlaufs der Winkelgeschwindigkeit für den Oberschenkel analog zu Abb.31a.

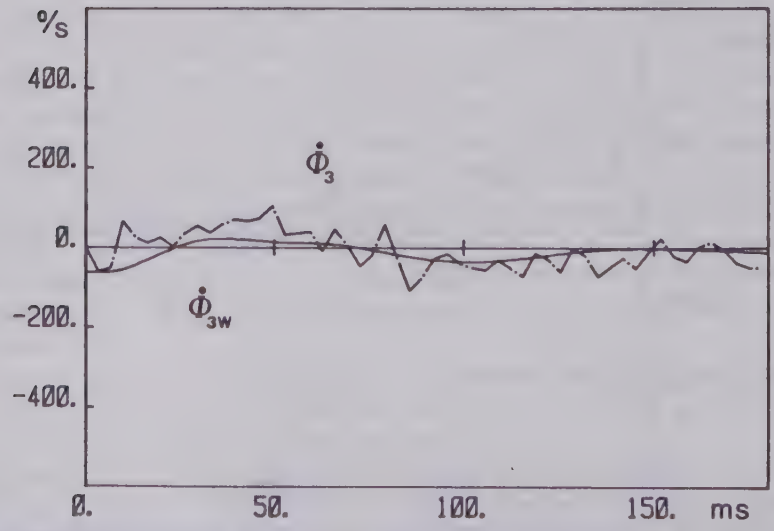

Abb.31c: Vergleich des Verlaufs der Winkelgeschwindigkeit für den Rumpf analog zu Abb.31a.

Die differenzierten Meßdaten aus der Filmanalyse ($\dot{\phi}_i$) liefern einen gezackelten Verlauf, der im Prinzip von der Kurve aus der Modellrechnung ($\dot{\phi}_{iw}$) gemittelt wird. Abweichungen zeigen sich beim Winkelgeschwindigkeitsverlauf des Oberschenkels und vor allem des Unterschenkels in der Auftreffphase in den ersten Millisekunden. Der Grund für die erhöhten Winkelgeschwindigkeiten aus der Modellrechnung gegenüber den Werten aus der Filmanalyse ist einerseits in der Fußgelenksbewegung zu suchen, die im Modell nicht berücksichtigt wird. In der Realität allerdings hat auch eine minimale Fußgelenksbewegung bereits einen wesentlichen Effekt. Andererseits liefert die Filmanalyse gerade im Kraftstoßbereich zu wenig Meßpunkte, so daß Spitzenwerte im Kurvenverlauf durch dieses Verfahren nicht erkannt werden und unter Umständen einfach abgeschnitten werden.
Trotz dieser Abweichungen ergibt sich eine recht gute Übereinstimmung der beiden Kurvenverläufe für die einzelnen Teilkörper. Dies ist ein starkes Argument dafür, daß das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmasse ein geeignetes Instrument ist, mit dem der Bewegungsablauf des menschlichen Körpers auch im Bereich der Kraftstoßphase zuverlässig berechnet werden kann.
Damit ist die Voraussetzung erfüllt, um nun die an beliebigen fiktiven Schnitten innerhalb des Körpers übertragenen resultierenden Kräfte und Momente bestimmen zu können. Insbesondere ist die Berechnung der im Knie und in der Hüfte übertragenen Zwangskräfte und Momente von Interesse. Diese Ergenisse werden im folgenden Abschnitt dargestellt und diskutiert.

4. Resultierende Kräfte und Momente im Knie- und Hüftgelenk

Mit Hilfe des dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmasse wurden die im Knie- und Hüftgelenk übertragenen Zwangskräfte und Momente berechnet.

a) Zwangskräfte

Es sind vor allem die Vertikalkomponenten der Zwangkräfte von Interesse, da sie den größten Beitrag liefern. Schon an der eingegebenen Bodenreaktionskraft (vgl. Abb.8 bzw. Abb.9) ist zu erkennen, daß die Horizontalkomponente sowohl betragsmäßig als auch in ihrem Verlauf eine weit untergeordnete Rolle spielt. Das gleiche gilt für die Horizontalkomponenten der in den Gelenken übertragene Zwangskräfte und wir beschränken uns daher bei der Darstellung auf die Vertikalkomponenten.

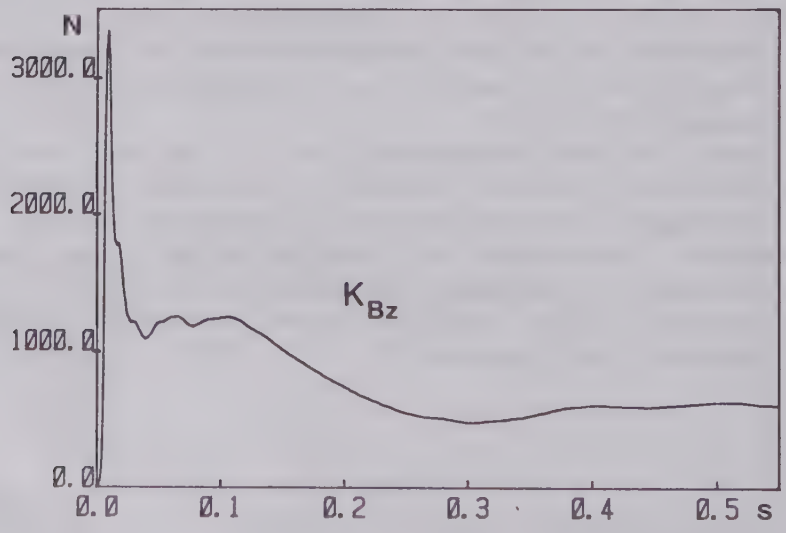

Abb.32: Gemessene Vertikalkomponente der Bodenreaktionskraft

Zum Vergleich mit den Ergebnissen sei an dieser Stelle nochmals im geeigneten Maßstab die gemessene und in das Modell eingegebene Vertikalkomponente der Bodenreaktionskraft (Abb.32) aufgezeichnet.
Die beiden folgenden Abbildungen zeigen die berechneten Vertikalkomponenten der übertragenen Zwangskräfte im Knie (Abb.33a) und in der Hüfte (Abb.33b).

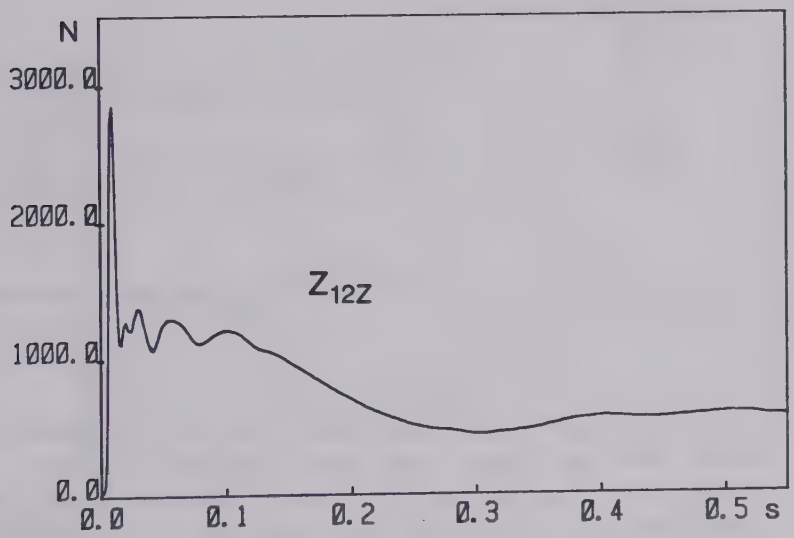

Abb.33a: Berechnete Vertikalkomponente der Zwangskraft im Kniegelenk

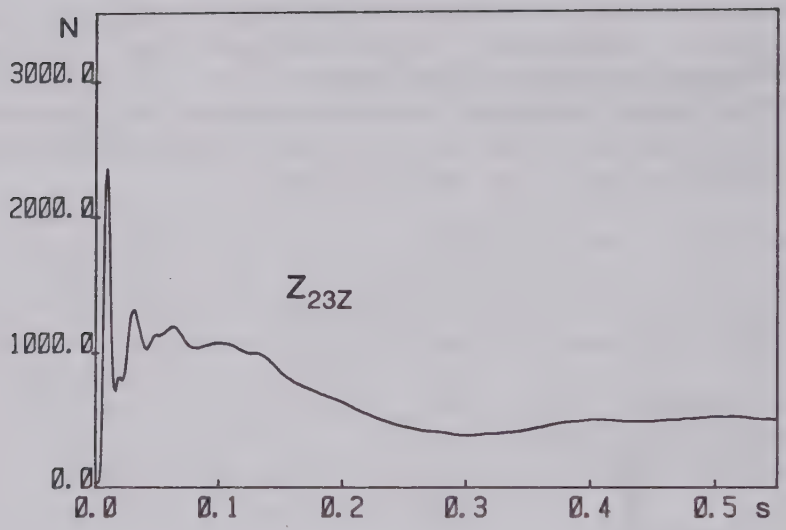

Abb.33b: Berechnete Vertikalkomponente der Zwangskraft im Hüftgelenk

Im Vergleich mit dem Verlauf der Bodenreaktionkraft zeigt sich, daß die Kraft vom Boden nahezu unverändert als Zwangskraft von Gelenk zu Gelenk weitergegeben wird. Lediglich ein kleiner Teil der Kraft ist für die Abbremsung des jeweiligen Teilkörpers verantwortlich. In der Phase des Stillstandes entspricht die Differenz der Kräfte in zwei benachbarten Gelenken genau der Gewichtskraft des dazwischenliegenden Teilkörpers.

b) Momente

Das interessanteste Ergebnis der Arbeit ist der Verlauf der resultierenden Momente in den Gelenken. In Abb.34a

charakterisiert M_{12} den Verlauf des Momentes, das an einem Schnitt durch das Kniegelenk übertragen wird und M_{23} ist das resultierende Moment im Hüftgelenk. Deutlich ist zu erkennen, daß die übertragenen Drehmomente während der ersten 10 ms praktisch Null sind, dann über einen Zeitraum von knapp 100 ms ziemlich stark ansteigen, wobei Werte von ca 180 Nm erreicht werden, um daraufhin wieder abzufallen und sich schließlich auf ein wesentlich niedrigeres konstantes Niveau einzustellen.

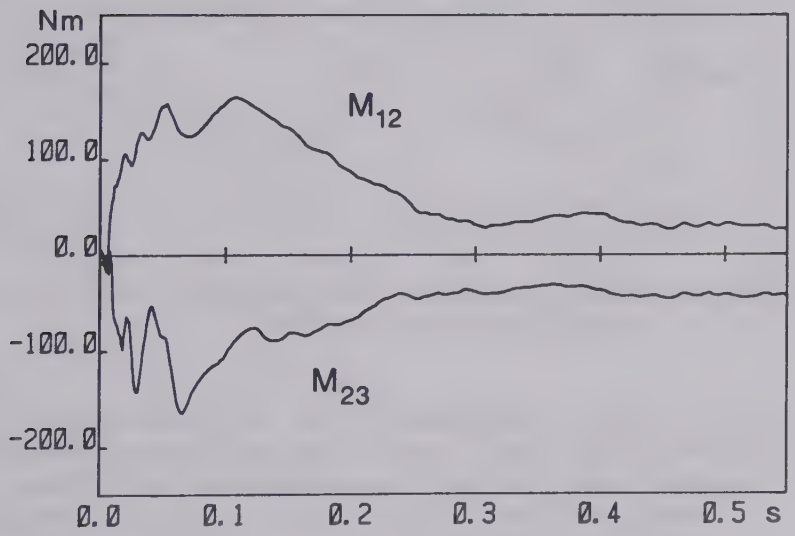

Abb.34a: Berechneter Verlauf der übertragenen Momente im Knie (M_{12}) und in der Hüfte (M_{23}) während des gesamten Abbremsvorgangs vom Auftreffen auf den Boden bis zum völligen Stillstand

In Abb.34b ist der Verlauf der Momente für die ersten 120 ms nochmals gesondert herausgezeichnet.

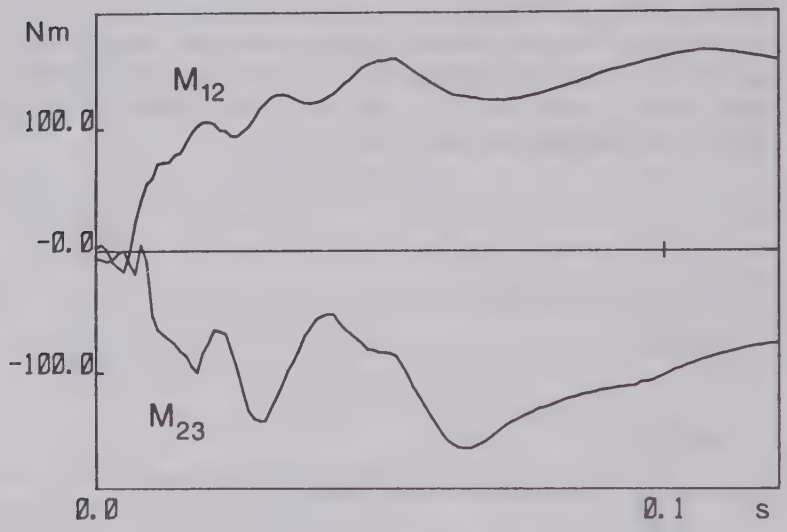

Abb.34b: Darstellung des Verlaufs der übertragenen Momente in den ersten 120 ms nach dem Auftreffen

Die leichten Schwingungen im Anstiegsbereich sind wahrscheinlich auf noch vorhandene Modellierungsfehler zurückzuführen, doch sie beeinträchtigen nur minimal den grundsätzlichen Verlauf der Momente, den es nun anhand von Abb.34a zu interpretieren gilt.
Da allein die Skelettmuskulatur für die in den Gelenken übertragenen Momente verantwortlich ist, stellt man fest, daß am Anfang der Kraftstoßphase die Muskelkräfte Null sind und erst im Verlauf dieser Phase anzusteigen beginnen (Vergleich mit Abb.8 bzw. Abb.9). Das bedeutet, daß der Kraftstoß beim Auftreffen des Körpers ungehindert ein

Zusammenklappen des menschlichen Skeletts verursacht. Erst nach einer Zeitspanne von einigen Millisekunden werden im Körper Muskelkräfte aufgebaut, die durch Übertragung von Momenten an den Gelenkstellen diese Einknickbewegung verzögern und damit die aktive Abbremsung des menschlichen Körpers bewirken. Ist der Stillstand schließlich erreicht, so wird mit Hilfe der Muskelkräfte durch konstante Momentübertragung eine unveränderte Körperstellung eingehalten.

Dieses Ergebnis unterstützt die Einteilung der gesamten Abbremsbewegung in eine passive Phase während des Aufpralls und eine anschließende aktive Phase, wie sie von Nigg (1980) anhand des Verlaufs der Bodenreaktionskraft getroffen wurde (vgl. Abschnitt IV.1).

5. Lagerkräfte im Knie- und Hüftgelenk

Die bisherige Arbeit lieferte als Ergebnis den Verlauf der resultierenden Größen, Kraft und Drehmoment, die an den Schnittflächen im Knie- und Hüftgelenk übertragen werden. Dabei stellt man sich eine solche Fläche durch einen Schnitt entstanden vor, der quer durch den ganzen Teilkörper genau an der Stelle des Gelenks gelegt wurde.
In einer solchen Querschnittsfläche gibt es die verschiedensten Ansatzpunkte für Kräfte wie Knochen, Knorpel, Sehnen und Bänder. An all diesen Stellen werden Kräfte von dem einen Teilkörper auf den anderen übertragen. Aufgrund der Geometrie der knöchernen Anteile des Gelenkes und der Zugrichtungen der verschiedenen Bänder und Sehnen ergibt sich eine Vielfalt von Kräften in unterschiedliche Richtungen. Die verschiedenen Ansatzpunkte der Kräfte ermöglichen dabei die Übertragung von Drehmomenten. Eine Aussage über Anzahl, Richtung und Betrag dieser Kräfte kann nur gemacht werden, wenn die Gelenkstruktur genau bekannt ist. Da dies aber nicht der Fall ist, können wir über die einzelnen Kräfte an der Schnittflächen keine Angaben machen. Trotzdem war es mit dem vorgestellten Verfahren möglich, die Gesamtwirkung aller Kräfte an der Schnittfläche zu bestimmen, nämlich die übertragene Gesamtkraft und das übertragene Gesamtmoment. Es ist daher einleuchtend, daß man aus diesen beiden Größen auf die einzelnen Kräfte im Gelenk schließen kann, wenn man nun in einem zweiten Schritt die Gelenkstruktur genauer betrachtet und Ansatzpunkte und Zugrichtungen für einzelne Kräfte festlegt. Dies ist aber sehr schwierig, da die Gelenkstrukturen, gerade im Kniegelenk, äußerst kompliziert sind.
Um jedoch zumindest eine größenordnungsmäßige Aussage über die Belastung der Knochen und Knorpel, die ja das eigentliche Gelenk im engeren Sinn darstellen, machen zu können, haben wir für das Knie- und Hüftgelenk jeweils eine

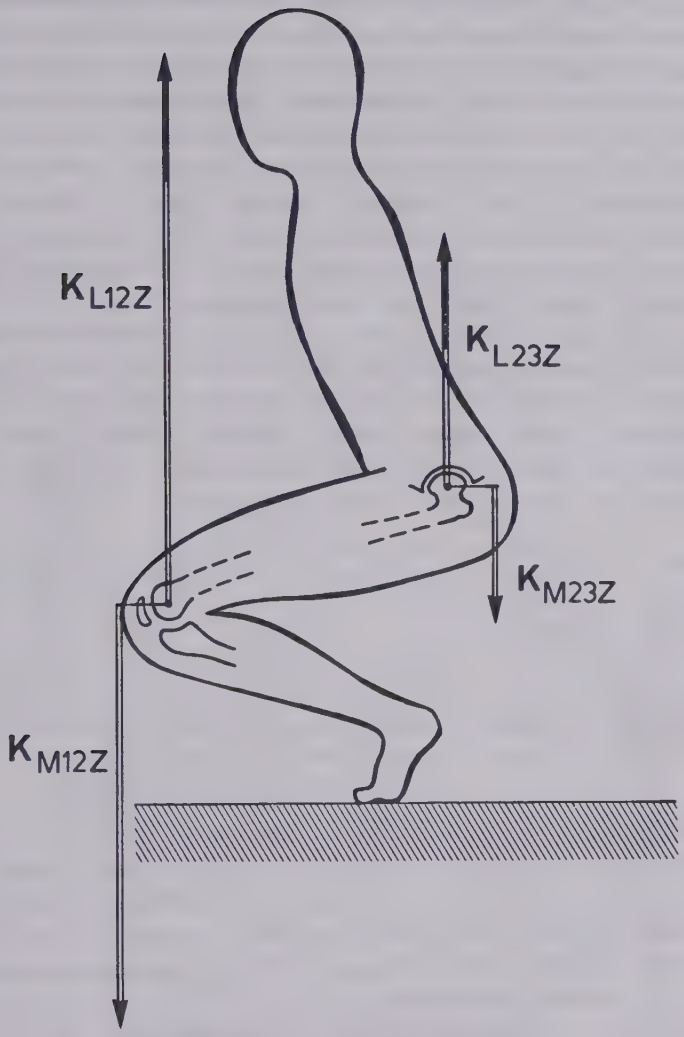

Abb.35: Vertikalkomponenten der Lagerkräfte K_L und der Muskelkräfte K_M im Knie- und Hüftgelenk für eine stark vereinfachte Gelenkstruktur wie sie sich aus den berechneten Zwangskräften und übertragenen Momenten ergeben. Der gestrichelte Anteil der Lagerkraft stammt jeweils von der in diesem Gelenk übertragenen Zwangskraft.

stark vereinfachte Struktur angenommen. Wie in Abb.35 zu erkennen ist, wurden im Knie zwei Kraftangriffspunkte definiert, nämlich die knöcherne Verbindung als Lager und die Zugsehne des Oberschenkelmuskels, in die die Kniescheibe eingebettet ist. Die Kniescheibe wirkt hier für die Zugkraft in der Sehne ähnlich wie eine Umlenkrolle.
Analog dazu wurden auch im Hüftgelenk ähnliche Verhältnisse vorausgesetzt. Die Schnitte wurden jeweils durch den Drehpunkt des Gelenkes gelegt und für die Hebelarme der Zugkräfte wurden 5 cm im Kniegelenk und 8 cm im Hüftgelenk angenommen. Damit kann aus dem gekannten resultierenden Moment für jeden Zeitpunkt das Kräftepaar berechnet werden, das dieses Moment im Gelenk überträgt. Im Lager wirkt zusätzlich zu der einen Kraft des Kräftepaares noch die Zwangskraft. Die Summe beider Kräfte bildet dann die Lagerkraft, die zwischen den knöchernen Anteilen bzw. innerhalb der Gelenkkapsel übertragen wird.

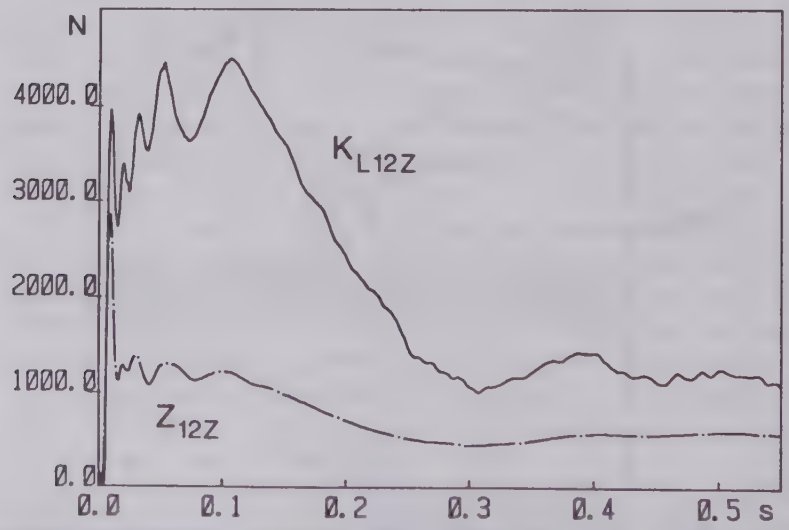

Abb.36a: Berechneter Verlauf der Lagerkraft im Kniegelenk (durchgezogene Linie). Der Anteil der übertragenen Zwangskraft ist zusätzlich strichpunktiert eingezeichnet.

Mit diesem einfachen Verfahren erhält man den Verlauf der Lagerkräfte, wie er in Abb.36a für das Kniegelenk und in Abb.36b für das Hüftgelenk jeweils als durchgezogenen Linie dargestellt ist. Zusätzlich ist in beiden Abbildungen nochmals die im Lager übertragene Zwangskraft strichpunktiert eingezeichnet (vgl. Abb.33a,b).

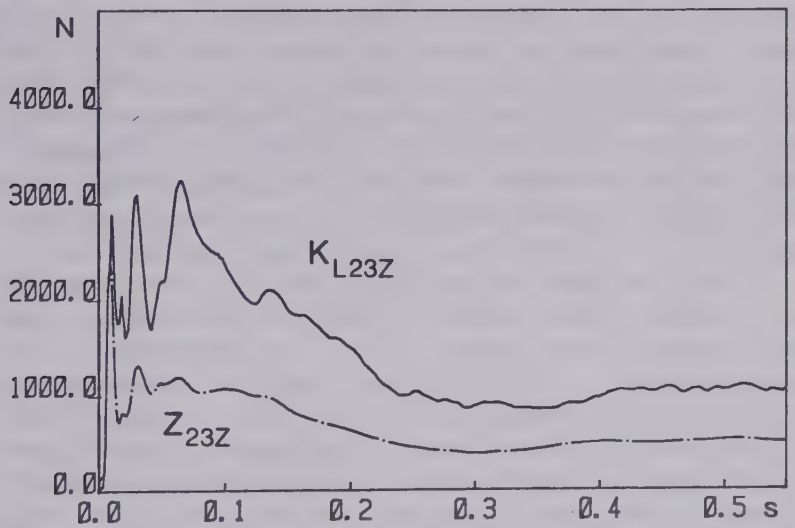

Abb.36b: Berechneter Verlauf der Lagerkraft im Hüftgelenk. Auch hier ist der Anteil der übertragenen Zwangskraft zusätzlich strichpunktiert eingezeichnet.

Betrachtet man beispielsweise die Lagerkraft im Kniegelenk, so lassen sich in ihrem Verlauf in den ersten 200 ms immernoch zwei Anteile unterscheiden. Die erste Spitze in der passiven Phase entsteht durch die Kraftspitze der Zwangskraft beim Aufprall. Dagegen ist die Ursache des zweiten Teils vor allem das übertragene Moment, das sein Maximum in den ersten 200 ms während der aktiven Abbremsphase erreicht. In der Phase des Stillstands sinkt die Lagerkraft auf ein konstantes Niveau von etwa der doppelten Gewichtskraft des Körpers. Eine analoge Situation ergibt sich für das Hüftgelenk.

Mittelt man über die leichten Schwingungen im zweiten Teil, deren mögliche Ursachen schon bei der Diskussion des Verlaufs der Momente angesprochen wurden, so zeigt sich hier ein erstaunliches Resultat:
Bei dieser Abbremsbewegung erreichen die Lagerkräfte in beiden Phasen - in der passiven Aufprallphase und in der muskulär gesteuerten aktiven Abbremsphase - ein ziemlich konstantes hohes Niveau. Das bedeutet, daß der Kraftstoß beim Aufprall, der über die Zwangskräfte in den Lagern weitergegeben wird, bei dem untersuchten Bewegungsablauf von gleicher Größenordnung ist, wie die Kräfte in den Lagern, die später vorwiegend durch den Einsatz der Muskulatur bei der Momentübertragung erzeugt werden.

VII. Schlußbemerkung

Mit dem hier vorgestellten dreigliedrigen Modell mit Schwabbelmasse für den menschlichen Körper wurde eine Methode entwickelt, mit der es möglich ist, Bewegungsabläufe mit Phasen hoher Beschleunigung zu untersuchen und aus experimentell zugänglichen Meßdaten eine realistische Bestimmung des Verlaufs der inneren Kräfte im menschlichen Körper durchzuführen. Wie in der Arbeit aufgezeigt wurde, waren bisherige Modelle nur zur Berechnung einzelner Phasen bei Abbremsbewegungen geeignet. So wurde speziell zur Beschreibung der Vorgänge in der passiven Phase, in der durch den Kraftstoß im Körper hohe Beschleunigungen hervorgerufen werden, das Prinzip der effektiven Masse eingeführt (Nigg und Denoth, 1980). Quasistatische Betrachtungen lassen sich nur im Bereich der aktiven Phase durchführen, in der die Beschleunigungswerte vernachlässigbar klein sind. Im Übergangsbereich beider Phasen sind quasistatische Betrachtungen aufgrund der vorhandenen Beschleunigungen nicht möglich. Da sich aber auch die Winkelstellungen der Körperteile in diesem Bereich stark ändern, liefert auch die effektive Masse keine zuverlässigen Ergebnisse mehr, da ihre Größe unmittelbar von den Winkelstellungen der Körperteile abhängt. Dagegen ist es mit Hilfe des dreigliedrigen Modells mit angekoppelter Schwabbelmasse möglich, den gesamten Ablauf der Abbremsbewegung beginnend mit der passiven Phase und Übergang zur aktiven Phase bis hin zum völligen Stillstand zuverlässig zu beschreiben und den Verlauf der im Körper übertragenen Kräfte und Momente zu berechnen. Der Vorteil dieses Modells liegt vor allem darin, daß die Parameter wie z.B. Kopplungs- und Dämpfungskonstanten unabhängig vom Bewegungstyp und vom Verlauf der äußeren Kräfte sind.

Umgekehrt zeigen die Ergebnisse der Berechnungen mit diesem Modell, daß das Prinzip der effektiven Masse für die Phase

des Kraftstoßes richtige Aussagen liefert. Bei der effektiven Masse werden Muskelkräfte vernachlässigt, d.h. es wird angenommen, daß in den Gelenken keine Momente übertragen werden (M=0). Diese Annahme findet man bei unseren Ergebnissen aus den Modellrechnungen bestätigt, wie aus Abb. 34a,b zu entnehmen ist. Der Verlauf der übertragenen Momente schwankt in den ersten ms nach dem Auftreffen um den Wert Null und steigt erst im Verlauf der Kraftstoßphase an.

Die Berechnungen an dem vorgestellten dreigliedrigen Modell mit Schwabbelmasse wurden bisher nur für einen Bewegungsablauf mit den Daten einer Versuchsperson durchgeführt. Damit sollte in dieser Arbeit im wesentlichen das Prinzip aufgezeigt werden, mit dem es möglich ist, Bewegungsabläufe mit hohen Beschleunigungen zu untersuchen.

Es ist die Aufgabe weiterer Untersuchungen zu überprüfen, inwieweit dieses Konzept auch auf andere Bewegungsabläufe angewendet werden kann und in welchem Rahmen die verwendeten Parameter für andere Versuchspersonen zu variieren sind. Auf diesem Weg ist es möglich, mehr Erfahrungen über das mechanische Verhalten der verschiedenen Teile und Materialien, aus denen unser Körper besteht zu gewinnen und damit ein möglichst realistisches physikalisches Modell des menschlichen Körpers zu entwickeln.

Ein derartiges Modell ist von grundsätzlicher Bedeutung zur Klärung vieler Fragen aus dem Bereich der Biomechanik, zur Verbesserung von Trainingsmethoden im Sport und für Weiterentwicklungen auf dem Gebiet der Endoprothetik. Bei all diesen Fragestellungen ist es wichtig, die in den Gelenken übertragenen Kräfte bestimmen zu können und als zuverlässige Ausgangswerte für weiterführende Analysen zur Verfügung zu haben.

VIII. Anhang

Es folgt hier eine Zusammenstellung aller wesentlichen Beziehungen für das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmasse sowie die Darstellung der Computer-Programme zur Berechnung dieses Modells.

1. Koordinaten der Teilkörperschwerpunkte und Ableitungen

a) Knochen

$$x_{1K} = \frac{\ell_1}{2}\cos\varphi_{1K} + x_F \tag{VIII.1a}$$

$$\dot{x}_{1K} = -\frac{\ell_1}{2}\sin\varphi_{1K}\dot{\varphi}_{1K} + \dot{x}_F \tag{VIII.1b}$$

$$\ddot{x}_{1K} = -\frac{\ell_1}{2}\cos\varphi_{1K}\dot{\varphi}_{1K}^2 - \frac{\ell_1}{2}\sin\varphi_{1K}\ddot{\varphi}_{1K} + \ddot{x}_F \tag{VIII.1c}$$

$$z_{1K} = \frac{\ell_1}{2}\sin\varphi_{1K} + z_F \tag{VIII.2a}$$

$$\dot{z}_{1K} = \frac{\ell_1}{2}\cos\varphi_{1K}\dot{\varphi}_{1K} + \dot{z}_F \tag{VIII.2b}$$

$$\ddot{z}_{1K} = -\frac{\ell_1}{2}\sin\varphi_{1K}\dot{\varphi}_{1K}^2 + \frac{\ell_1}{2}\cos\varphi_{1K}\ddot{\varphi}_{1K} + \ddot{z}_F \tag{VIII.2c}$$

$$x_{2K} = \ell_1\cos\varphi_{1K} + \frac{\ell_2}{2}\cos\varphi_{2K} + x_F \tag{VIII.3a}$$

$$\dot{x}_{2K} = -\ell_1\sin\varphi_{1K}\dot{\varphi}_{1K} - \frac{\ell_2}{2}\sin\varphi_{2K}\dot{\varphi}_{2K} + \dot{x}_F \tag{VIII.3b}$$

$$\ddot{x}_{2K} = -\ell_1\cos\varphi_{1K}\dot{\varphi}_{1K}^2 - \ell_1\sin\varphi_{1K}\ddot{\varphi}_{1K} - \frac{\ell_2}{2}\cos\varphi_{2K}\dot{\varphi}_{2K}^2 - \frac{\ell_2}{2}\sin\varphi_{2K}\ddot{\varphi}_{2K} + \ddot{x}_F \tag{VIII.3c}$$

$$z_{2K} = \ell_1 \sin\phi_{1K} + \frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K} + z_F \qquad \text{(VIII.4a)}$$

$$\dot{z}_{2K} = \ell_1 \cos\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K} + \frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K} + \dot{z}_F \qquad \text{(VIII.4b)}$$

$$\ddot{z}_{2K} = -\ell_1 \sin\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K}^2 + \ell_1 \cos\phi_{1K}\ddot{\phi}_{1K} - \frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K}^2 + \frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K}\ddot{\phi}_{2K} + \ddot{z}_F \qquad \text{(VIII.4c)}$$

$$x_{3K} = \ell_1 \cos\phi_{1K} + \ell_2 \cos\phi_{2K} + \frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K} + x_F \qquad \text{(VIII.5a)}$$

$$\dot{x}_{3K} = -\ell_1 \sin\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K} - \ell_2 \sin\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K} - \frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K}\dot{\phi}_{3K} + \dot{x}_F \qquad \text{(VIII.5b)}$$

$$\ddot{x}_{3K} = -\ell_1 \cos\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K}^2 - \ell_1 \sin\phi_{1K}\ddot{\phi}_{1K} - \ell_2 \cos\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K}^2 - \ell_2 \sin\phi_{2K}\ddot{\phi}_{2K} - \frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K}\dot{\phi}_{3K}^2 - \frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K}\ddot{\phi}_{3K} + \ddot{x}_F \qquad \text{(VIII.5c)}$$

$$z_{3K} = \ell_1 \sin\phi_{1K} + \ell_2 \sin\phi_{2K} + \frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K} + z_F \qquad \text{(VIII.6a)}$$

$$\dot{z}_{3K} = \ell_1 \cos\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K} + \ell_2 \cos\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K} + \frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K}\dot{\phi}_{3K} + \dot{z}_F \qquad \text{(VIII.6b)}$$

$$\ddot{z}_{3K} = -\ell_1 \sin\phi_{1K}\dot{\phi}_{1K}^2 + \ell_1 \cos\phi_{1K}\ddot{\phi}_{1K} - \ell_2 \sin\phi_{2K}\dot{\phi}_{2K}^2 + \ell_2 \cos\phi_{2K}\ddot{\phi}_{2K} - \frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K}\dot{\phi}_{3K}^2 + \frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K}\ddot{\phi}_{3K} + \ddot{z}_F \qquad \text{(VIII.6c)}$$

b) Schwabbelmassen (i=1,2,3)

$$x_{iW} = x_{iK} + \Delta x_i \qquad \text{(VIII.7a)} \qquad z_{iW} = z_{iK} + \Delta z_i \qquad \text{(VIII.8a)}$$

$$\dot{x}_{iW} = \dot{x}_{iK} + \Delta \dot{x}_i \qquad \text{(VIII.7b)} \qquad \dot{z}_{iW} = \dot{z}_{iK} + \Delta \dot{z}_i \qquad \text{(VIII.8b)}$$

$$\ddot{x}_{iW} = \ddot{x}_{iK} + \Delta \ddot{x}_i \qquad \text{(VIII.7c)} \qquad \ddot{z}_{iW} = \ddot{z}_{iK} + \Delta \ddot{z}_i \qquad \text{(VIII.8c)}$$

2. Bewegungsgleichungen der Teilkörperschwerpunkte

a) Knochen

$$m_{1K}\ddot{x}_{1K} = K_{Bx} + F_{1x} + D_{1x} + Z_{12x} \qquad \text{(VIII.9a)}$$

$$m_{1K}\ddot{z}_{1K} = K_{Bz} + F_{1z} + D_{1z} + Z_{12z} - m_{1K}g \qquad \text{(VIII.9b)}$$

$$m_{2K}\ddot{x}_{2K} = -Z_{12x} + Z_{23x} + F_{2x} + D_{2x} \qquad \text{(VIII.9c)}$$

$$m_{2K}\ddot{z}_{2K} = -Z_{12z} + Z_{23z} + F_{2z} + D_{2z} - m_{2K}g \qquad \text{(VIII.9d)}$$

$$m_{3K}\ddot{x}_{3K} = -Z_{23x} + F_{3x} + D_{3x} \qquad \text{(VIII.9e)}$$

$$m_{3K}\ddot{z}_{3K} = -Z_{23z} + F_{3z} + D_{3z} - m_{3K}g \qquad \text{(VIII.9f)}$$

b) Schwabbelmassen

$$m_{iw}\ddot{x}_{iw} = -F_{ix} - D_{ix} \qquad \text{(VIII.10a)}$$

$$m_{iw}\ddot{z}_{iw} = -F_{iz} - D_{iz} - m_{iw}g \qquad \text{(VIII.10b)}$$

(i=1,2,3)

3. Drehmomentgleichungen

Im Modell wird vorausgesetzt, daß die Zwangskräfte allein über die knöchernen Gelenkstellen zwischen den einzelnen Teilkörpern übertragen werden. Die jeweils an einem Teilkörper angreifenden Zwangskräfte sowie die Bodenreaktionskraft haben daher ein Drehmoment bezüglich des entsprechenden Knochenschwerpunkts. In Abb.37 sind die Abstandsvektoren $\underline{r}_i$ (i=1,...,5) von den Schwerpunkten der Knochen zu den jeweils am Teilkörper angreifenden Kräften eingezeichnet.

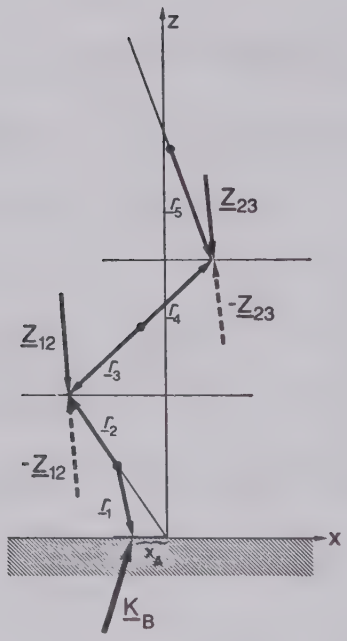

Abb.37:
Kräfte, die an den knöchernen Teilkörpern des Modells angreifen. Zur Bestimmung ihrer Drehmomente bezüglich des jeweiligen Knochenschwerpunkts sind die entsprechenden Abstandsvektoren $\underline{r}_i$ (i=1,...,5) eingezeichnet.

Es ergeben sich damit folgende Hebelarme:

$$\underline{r}_1 = \left(x_A - \frac{\ell_1}{2}\cos\phi_{1K} - x_F\ ,\ -\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_{1K} - z_F\right) \qquad \text{(VIII.11a)}$$

$$\underline{r}_2 = \left(\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_{1K}\ ,\ \frac{\ell_1}{2}\sin\phi_{1K}\right) \qquad \text{(VIII.11b)}$$

$$\underline{r}_3 = \left(-\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K}\ ,\ -\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K}\right) \qquad \text{(VIII.11c)}$$

$$\underline{r}_4 = \left(\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_{2K}\ ,\ \frac{\ell_2}{2}\sin\phi_{2K}\right) \qquad \text{(VIII.11d)}$$

$$\underline{r}_5 = \left(-\frac{\ell_3}{2}\cos\phi_{3K}\ ,\ -\frac{\ell_3}{2}\sin\phi_{3K}\right) \qquad \text{(VIII.11e)}$$

Für die Drehmomentgleichungen folgt daher

a) Knochen

$$-\Theta_{1K}\ddot{\Phi}_{1K} = (\underline{r}_1 \times \underline{K}_B)_y + (\underline{r}_2 \times \underline{Z}_{12})_y + M_{12} + M_{1W} + M_{1Korr} \qquad \text{(VIII.12a)}$$

$$-\Theta_{2K}\ddot{\Phi}_{2K} = (\underline{r}_3 \times (-\underline{Z}_{12}))_y + (\underline{r}_4 \times \underline{Z}_{23})_y - M_{12} + M_{23} + M_{2W} + M_{2Korr} \qquad \text{(VIII.12b)}$$

$$-\Theta_{3K}\ddot{\Phi}_{3K} = (\underline{r}_5 \times (-\underline{Z}_{23}))_y - M_{23} + M_{3W} + M_{3Korr} \qquad \text{(VIII.12c)}$$

b) Schwabbelmassen

$$-\Theta_{iW}\ddot{\Phi}_{iW} = -M_{iW} \qquad \text{(VIII.13)}$$

(i=1,2,3)

4. Entwicklung des Gleichungssystems

Die ersten 6 Gleichungen des Differentialgleichungssystems (III.45) zur Berechnung des Modells entstammen den Bewegungsgleichungen für die Teilkörperschwerpunkte:
In den Bewegungsgleichungen für die Schwabbelmassen (VIII.10) werden die Beschleunigungen durch die Beziehungen (VIII.7c,8c) ersetzt. Für die darin auftretenden Beschleunigungen der Knochenschwerpunkte werden die Relationen mit den Ableitungen der allgemeinen Modellkoordinaten (VIII.1c,2c,3c,4c,5c,6c) verwendet. Damit ergeben sich die Gleichungen (III.45a-f).
Durch Addition der Bewegungsgleichungen der Knochenschwerpunkte (VIII.9) lassen sich die Zwangskräfte (Z_{ijx}, Z_{ijz}) eliminieren. Einsetzen der Gleichungen (VIII.10) unter Verwendung der Beziehungen (VIII.7c,8c) führt daraufhin auf die beiden Gesamtschwerpunktsgleichungen (III.45g,h).

In den Drehmomentgleichungen (VIII.12) werden die Vektorprodukte mit Hilfe der Hebelarme (VIII.11) aufgelöst und die Zwangskräfte durch Verwendung der Bewegungsgleichungen (VIII.9) eliminiert. Die Beschleunigungen der Knochenschwerpunkte werden dabei wiederum durch die Ableitungen der allgemeinen Modellkoordinaten ausgedrückt. Addition der Gleichungen führt zusätzlich zur Elimination der übertragenen Momente M_{12} und M_{23} und man erhält schließlich Gleichung (III.45i).
Die Drehmomentgleichungen für die Schwabbelmassen (III.45j,k,l) gehen unmittelbar aus Gleichung (VIII.13) hervor.
Wie im Text von Abschnitt III.4b) bereits angegeben ist, werden in den Gleichungen (III.45m,n) direkt die Werte der Beschleunigungsmessungen eingegeben.
Somit wurde mit den Gleichungen (III.45) ein Differentialgleichungssystem entwickelt, das bei gegebenen Anfangsbedingungen als einzig unbekannte Größen den Lösungsvektor (III.46) enthält. Die Lösung dieses Systems durch Integration erlaubt es, beliebige Koordinaten und physikalische Größen des Modells zu berechnen, was im folgenden anhand einiger Beispiele gezeigt werden soll.

5. Berechnung verschiedener Größen des Modells mit Hilfe des integrierten Lösungsvektors

a) Koordinaten des Gesamtschwerpunkts

Die Berechnung der Koordinaten des Gesamtschwerpunkts erfolgt nach der Beziehung

$$m_S x_S = \sum_{i=1}^{3} m_{iK} x_{iK} + \sum_{i=1}^{3} m_{iW} x_{iW} \qquad \text{(VIII.14a)}$$

$$m_S z_S = \sum_{i=1}^{3} m_{iK} z_{iK} + \sum_{i=1}^{3} m_{iW} z_{iW} \qquad \text{(VIII.14b)}$$

Verwendung von (VIII.7a) und (VIII.8a) liefert

$$m_S x_S = \sum_{i=1}^{3} (m_{iK} + m_{iW}) x_{iK} + \sum_{i=1}^{3} m_{iW} \Delta x_i \qquad \text{(VIII.15a)}$$

$$m_S z_S = \sum_{i=1}^{3} (m_{iK} + m_{iW}) z_{iK} + \sum_{i=1}^{3} m_{iW} \Delta z_i \qquad \text{(VIII.15b)}$$

mit Einsetzen der Beziehungen (VIII.1a-6a) folgt für die Gesamtschwerpunktskoordinaten

$$x_S = \frac{1}{m_S}\Big[m_S x_F + (m_1+2m_2+2m_3)\frac{\ell_1}{2}\cos\varphi_{1K} + (m_2+2m_3)\cdot \cdot \frac{\ell_2}{2}\cos\varphi_{2K} + m_3\frac{\ell_3}{2}\cos\varphi_{3K} + m_{1W}\Delta x_1 + m_{2W}\Delta x_2 + m_{3W}\Delta x_3\Big] \qquad \text{(VIII.16a)}$$

$$z_S = \frac{1}{m_S}\Big[m_S z_F + (m_1+2m_2+2m_3)\frac{\ell_1}{2}\sin\varphi_{1K} + (m_2+2m_3)\cdot \cdot \frac{\ell_2}{2}\sin\varphi_{2K} + m_3\frac{\ell_3}{2}\sin\varphi_{3K} + m_{1W}\Delta z_1 + m_{2W}\Delta z_2 + m_{3W}\Delta z_3\Big] \qquad \text{(VIII.16b)}$$

b) Geschwindigkeiten des Gesamtschwerpunkts

Ableitung der Gleichungen (VIII.16a,b) liefert

$$\dot{x}_S = \frac{1}{m_S}\Big[m_S \dot{x}_F - (m_1+2m_2+2m_3)\frac{\ell_1}{2}\sin\varphi_{1K}\dot{\varphi}_{1K} - - (m_2+2m_3)\frac{\ell_2}{2}\sin\varphi_{2K}\dot{\varphi}_{2K} - m_3\frac{\ell_3}{2}\sin\varphi_{3K}\dot{\varphi}_{3K} + + m_{1W}\Delta\dot{x}_1 + m_{2W}\Delta\dot{x}_2 + m_{3W}\Delta\dot{x}_3\Big] \qquad \text{(VIII.17a)}$$

$$\dot{z}_S = \frac{1}{m_S}\Big[m_S \dot{z}_F + (m_1+2m_2+2m_3)\frac{\ell_1}{2}\cos\varphi_{1K}\dot{\varphi}_{1K} + + (m_2+2m_3)\frac{\ell_2}{2}\cos\varphi_{2K}\dot{\varphi}_{2K} + m_3\frac{\ell_3}{2}\cos\varphi_{3K}\dot{\varphi}_{3K} + + m_{1W}\Delta\dot{z}_1 + m_{2W}\Delta\dot{z}_2 + m_{3W}\Delta\dot{z}_3\Big] \qquad \text{(VIII.17b)}$$

c) Drehimpuls des Gesamtschwerpunkts und Relativdrehimpuls

Der Bahndrehimpuls des Gesamtschwerpunkts bezüglich des Koordinatenursprungs ist

$$\underline{L}_{SCHWER(y)} = m_S \underline{r}_S \times \dot{\underline{r}}_S \qquad \text{(VIII.18)}$$

$$L_{SCHWER(y)} = m_S \left(z_S \dot{x}_S - x_S \dot{z}_S \right)$$

Der Relativdrehimpuls des Modells bezüglich des Gesamtschwerpunkts berechnet sich zu

$$\underline{L}_{REL(y)} = \underline{L}_{GES(y)} - \underline{L}_{SCHWER(y)}$$

$$\underline{L}_{REL(y)} = \sum_{i=1}^{3} \left[m_{iK} \underline{r}_{iK} \times \dot{\underline{r}}_{iK} - \Theta_{iK} \dot{\phi}_{iK} \right] +$$

$$+ \sum_{i=1}^{3} \left[m_{iW} \underline{r}_{iW} \times \dot{\underline{r}}_{iW} - \Theta_{iW} \dot{\phi}_{iW} \right] - m_S \underline{r}_S \times \dot{\underline{r}}_S \qquad \text{(VIII.19)}$$

$$\underline{L}_{REL(y)} = \sum_{i=1}^{3} \left[m_i \underline{r}_{iK} \times \dot{\underline{r}}_{iK} + m_{iW} \underline{r}_{iK} \times \Delta \dot{\underline{r}}_i + m_{iW} \Delta \underline{r}_i \times \dot{\underline{r}}_{iK} + \right.$$

$$\left. + m_{iW} \Delta \underline{r}_i \times \Delta \dot{\underline{r}}_i - \Theta_{iK} \dot{\phi}_{iK} - \Theta_{iW} \dot{\phi}_{iW} \right] - m_S \underline{r}_S \times \dot{\underline{r}}_S$$

$$L_{REL(y)} = \sum_{i=1}^{3} \left[m_i \left(z_{iK} \dot{x}_{iK} - x_{iK} \dot{z}_{iK} \right) + m_{iW} \left(z_{iK} \Delta \dot{x}_i - x_{iK} \Delta \dot{z}_i \right) + \right.$$

$$+ m_{iW} \left(\Delta z_i \dot{x}_{iK} - \Delta x_i \dot{z}_{iK} \right) + m_{iW} \left(\Delta z_i \Delta \dot{x}_i - \Delta x_i \Delta \dot{z}_i \right) -$$

$$\left. - \Theta_{iK} \dot{\phi}_{iK} - \Theta_{iW} \dot{\phi}_{iW} \right] - m_S \left[z_S \dot{x}_S - x_S \dot{z}_S \right] \qquad \text{(VIII.20)}$$

wobei für die Koordinaten und Geschwindigkeiten der Teilkörperschwerpunkte wiederum die Beziehungen (VIII.1-6) verwendet werden.

6. Verfahren zur Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit des Modells im Zeitpunkt des Auftreffens

Als Anfangsbedingungen für die Integration des Gleichungssystems für das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmasse ist es notwendig, sowohl die Winkelgeschwindigkeiten der Teilkörper als auch die Anfangsgeschwindigkeiten des Fußpunkts zu kennen.
Die Berechnung der Anfangswinkelgeschwindigkeiten erfolgt über die einfach abgeleiteten Gesamtschwerpunktsgleichungen (VIII.17a,b) sowie aus einer Gleichung zur Berechnung des Gesamtdrehimpulses beim Auftreffen. Die Fußpunktsgeschwindigkeiten werden durch Integration der Meßdaten vom Zeitpunkt des Auftreffens (t=0) bis zum Zeitpunkt des vollkommenen Stillstands ($t=t_e$) ermittelt.
Im folgenden wird die Gleichung zur Bestimmung des Gesamtdrehimpulses des Modells beim Auftreffen hergeleitet. Da sowohl im Zeitpunkt des Auftreffens als auch im Stillstand keine Verschiebungen zwischen Knochen und Schwabbelmassen auftreten, gilt $\Phi_i = \Phi_{iK} = \Phi_{iW}$.
Die Integration des Momentes der äußeren Kräfte über den gesamten Zeitraum der Abbremsung liefert die Drehimpulsänderung, die der Körper dabei erfährt:

$$\Delta L_{GES} = \int_0^{t_e} (\underline{r}_S \times \underline{G} + \underline{r}_A \times \underline{K}_B)_y \, dt \qquad \text{(VIII.21)}$$

$$\Delta L_{GES} = \int_0^{t_e} m_S \cdot g \cdot x_S(t) \, dt - \int_0^{t_e} K_{Bz}(t) \cdot x_A(t) \, dt \qquad \text{(VIII.22)}$$

außerdem gilt

$$\Delta L_{GES} = L_{GES}(t=t_e) - L_{GES}(t=0) \qquad \text{(VIII.23)}$$

Unter der Annahme, daß der Körper am Ende der Abbremsbewegung vollkommen ruht, folgt: $L_{GES}(t=t_e)=0$. Damit ergibt sich

$$\Delta L_{GES} = -L_{GES}(t=0) \qquad \text{(VIII.24)}$$

$$\Delta L_{GES} = -\left[\sum_{i=1}^{3} m_i \underline{r}_i \times \dot{\underline{r}}_i - \sum_{i=1}^{3} \Theta_i \dot{\phi}_i\right] \qquad \text{(VIII.25)}$$

Unter Verwendung von (VIII.22) folgt

$$-\left[\sum_{i=1}^{3} m_i \underline{r}_i \times \dot{\underline{r}}_i - \sum_{i=1}^{3} \Theta_i \dot{\phi}_i\right] = \int_0^{t_e} m_s \cdot g \cdot x_s(t)\,dt - \int_0^{t_e} K_{Bz}(t) \cdot x_A(t)\,dt \qquad \text{(VIII.26)}$$

wobei $K_{Bz}(t)$ und $x_A(t)$ unmittelbar durch Messung bekannt sind, während $x_S(t)$ durch zweimalige Integration der Meßwerte von $K_{Bx}(t)$ bestimmt werden kann. Einsetzung der entsprechenden Koordinaten auf der linken Seite von (VIII.26) liefert Gleichung III) des folgenden Gleichungssystems zur Bestimmmung der Anfangswerte $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3, \dot{x}_F, \dot{z}_F$ für den Zeitpunkt des Auftreffens des Körpers auf den Boden:

$$\text{I)}\quad (m_1+2m_2+2m_3)\frac{\ell_1}{2}\cos\phi_1\dot{\phi}_1+(m_2+2m_3)\frac{\ell_2}{2}\cos\phi_2\dot{\phi}_2+$$

$$+m_3\frac{\ell_3}{2}\cos\phi_3\dot{\phi}_3+m_S\dot{z}_F=m_S\dot{z}_S \qquad \text{(VIII.27a)}$$

$$\text{II)}\quad -(m_1+2m_2+2m_3)\frac{\ell_1}{2}\sin\phi_1\dot{\phi}_1-(m_2+2m_3)\frac{\ell_2}{2}\sin\phi_2\dot{\phi}_2-$$

$$-m_3\frac{\ell_3}{2}\sin\phi_3\dot{\phi}_3+m_S\dot{x}_F=m_S\dot{x}_S \qquad \text{(VIII.27b)}$$

$$\text{III)}\quad \Big[\theta_1+\frac{\ell_1^2}{4}(m_1+4m_2+4m_3)+\frac{\ell_1\ell_2}{2}(m_2+2m_3)\cos(\phi_1-\phi_2)+$$

$$+\frac{\ell_1\ell_3}{2}m_3\cos(\phi_1-\phi_3)+\frac{\ell_1}{2}(m_1+2m_2+2m_3)(\cos\phi_1 x_F+$$

$$+\sin\phi_1 z_F)\Big]\dot{\phi}_1+\Big[\theta_2+\frac{\ell_2^2}{4}(m_2+4m_3)+\frac{\ell_1\ell_2}{2}(m_2+2m_3)\cdot$$

$$\cdot\cos(\phi_1-\phi_2)+\frac{\ell_2\ell_3}{2}m_3\cos(\phi_2-\phi_3)+\frac{\ell_2}{2}(m_2+2m_3)\cdot$$

$$\cdot(\cos\phi_2 x_F+\sin\phi_2 z_F)\Big]\dot{\phi}_2+\Big[\theta_3+m_3\frac{\ell_3^2}{4}+m_3\frac{\ell_1\ell_3}{2}\cdot$$

$$\cdot\cos(\phi_2-\phi_3)+m_3\frac{\ell_3}{2}(\cos\phi_3 x_F+\sin\phi_3 z_F)\Big]\dot{\phi}_3-$$

$$-m_S z_S(t=0)\dot{x}_F+m_S x_S(t=0)\dot{z}_F=$$

$$=\int_0^{t_e} m_S\cdot g\cdot x_S(t)\,dt-\int_0^{t_e} K_{Bz}(t)\cdot x_A(t)\,dt \qquad \text{(VIII.27c)}$$

$$\text{IV)}\quad \dot{x}_F=\int_0^{t_e} XACC\,dt \qquad \text{(VIII.27d)}$$

$$\text{V)}\quad \dot{z}_F=\int_0^{t_e} ZACC\,dt \qquad \text{(VIII.27e)}$$

Dieses Gleichungssystem wird im Programm MATRIX gelöst und es liefert damit die Anfangsbedingungen für die Integration des Differentialgleichungssystems im Programm HOPP6 zur Berechnung des dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmasse. Die Eingabe der Anfangsbedingungen und Modellparameter in das Programm HOPP6 erfolgt über den Datenfile SPR6.DAT, der durch das Programm MATRIX erstellt wird.

```
C      PROGRAMM HOPP6
C
C     ---------------------------------------------------------------
C
C     PROGRAMM ZUR BERECHNUNG DES DREIGLIEDRIGEN MODELLS MIT
C     SCHWABBELMASSE
C     ES WERDEN DIE DATEN AUS KRAFT- UND BESCHLEUNIGUNGS-
C     MESSUNGEN EINGELESEN UND IN DEN BEWEGUNGSGLEICHUNGEN
C     ALS INPUT VERWENDET. IN DER SUBROUTINE "GAUSS6" WIRD DER
C     LOESUNGSVEKTOR DES GLEICHUNGSSYSTEMS BESTIMMT UND IN DER
C     SUBROUTINE "DE6" INTEGRIERT.
C
C     SUBROUTINES:  GAUSS6.FTN  UND  DE6.FTN
C
C     INPUT:        SPR6.DAT
C                   HOPPIN.DAT (UNFORMATTED)
C     OUTPUT:       ERGINT.DAT
C
C     ---------------------------------------------------------------
C
C
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DIMENSION AB(28),Y(28),YS(28),Y2P(14),XTT(15)
      DIMENSION A(14,15),AL(14,14),VEK(14),AVO(14),P(14),PD(14),IND(14)
      REAL*4 ZKRAFT(15),XKRAFT(15),ANGRIF(15),ZACC(15),XACC(15)
      REAL*4 ANXT,BNXT,CNXT,DNXT,ENXT
      COMMON/DAT/UL,OL,RL,UL2,OL2,RL2,RM6,UM,OM,RM,UMK,OMK,RMK,UMW,
     1    OMW,RMW,AMA,BMA,THETU,THETO,THET4,THETUW,THETOW,THET4W,G
      COMMON/FEDER/NWE,NR,KF,KFEN,IXT,Y2P
      COMMON/COS/S1,S2,S3,C1,C2,C3,CL,CT,EXPO,DAEL,DAET,FLAEU,FLAEO,
     1        FLAE4
      COMMON/DAEMP/FUZ,FOZ,F4Z,FUX,FOX,F4X,DUZ,DOZ,D4Z,DUX,DOX,D4X
      COMMON/MESS/XTT,ZKRAFT,XKRAFT,ANGRIF,ZACC,XACC
      COMMON/KRAFT/BKZ,BKX,D6SX,ZF2PU,XF2PU
      COMMON/FAKT/NWERT,TMTUW,TMTOW,TMT4W,AU,BU,AO,BO,AR,BR
      EXTERNAL DGS
C
      OPEN (UNIT=2,NAME='ERGINT.DAT',TYPE='NEW')
      OPEN (UNIT=3,NAME='SPR6.DAT',TYPE='OLD')
      OPEN (UNIT=4,NAME='HOPPIN.DAT',TYPE='OLD',FORM='UNFORMATTED')
C
C     EINLESEN DER DATEN
C
      READ(3,*) UL,OL,RL
      READ(3,*) UMK,OMK,RMK,UMW,OMW,RMW
      READ(3,*) THETU,THETO,THET4,THETUW,THETOW,THET4W
      READ(3,*) AU,BU,AO,BO,AR,BR
      READ(3,*) G,GEWI,DELTA,NVRZ,NVRX,NVRK
      READ(3,*) FLAEU,FLAEO,FLAE4
      READ(3,*) CT,CL,EXPO,DAET,DAEL
      READ(3,*) (AB(I),I=1,6)
      READ(3,*) (AB(I),I=7,12)
      READ(3,*) (AB(I),I=13,14)
      READ(3,*) (AB(I),I=15,20)
      READ(3,*) (AB(I),I=21,26)
      READ(3,*) (AB(I),I=27,28)
```

```
      READ(3,*) RELERR,ABSERR
      READ(3,*) NWERT
      CALL CLOSE (3)
C
C     AUSDRUCKEN DER EINGABEDATEN
C
C      WRITE(2,200)
C      WRITE(2,201) UL,OL,RL
C      WRITE(2,202) UMK,OMK,RMK,UMW,OMW,RMW
C      WRITE(2,203) THETU,THETO,THET4,THETUW,THETOW,THET4W
C      WRITE(2,207) AU,BU,AO,BO,AR,BR
C      WRITE(2,204) G,GEWI,DELTA,NVRZ,NVRX,NVRK
C      WRITE(2,210) FLAEU,FLAEO,FLAE4
C      WRITE(2,211) CT,CL,EXPO,DAET,DAEL
C      WRITE(2,205) (AB(I),I=1,6)
C      WRITE(2,212) (AB(I),I=7,12)
C      WRITE(2,208) (AB(I),I=13,14)
C      WRITE(2,205) (AB(I),I=15,20)
C      WRITE(2,212) (AB(I),I=21,26)
C      WRITE(2,208) (AB(I),I=27,28)
C      WRITE(2,206) RELERR,ABSERR
C      WRITE(2,209) NWERT
C
      UL2=UL/2.
      OL2=OL/2.
      RL2=RL/2.
      UM=UMK+UMW
      OM=OMK+OMW
      RM=RMK+RMW
      UMK2=UMK*UMK/UM
      OMK2=OMK*OMK/OM
      RMK2=RMK*RMK/RM
      AMA=UM+2*OM+2*RM
      BMA=OM+2*RM
      RM6=UM+OM+RM
C
C     UMRECHNEN DER ANFANGSWERTE
C
      PI=DATAN(1.DO)*4.DO
      UMR=PI/180.
      DO 20  I=1,6
      I1=I+6
      I2=I+20
      AB(I1)=AB(I1)*UMR
      AB(I2)=AB(I2)*UMR
20    CONTINUE
C
      NEQN=28
      KF=0
      KFEN=40
      NR=1
      IXT=1
      IFLAG=1
      NWE=15
      DT=0.001
      TIM=-DT
```

```
C
C     EINLESEN DER ERSTEN MESSDATEN
C
      DO 10  K=1,15
      TIM=TIM+DT
      READ(4,ERR=776,END=775) ZKRAFT(K),XKRAFT(K)
      READ(4,ERR=776,END=775) ANGRIF(K),ZACC(K),XACC(K)
      ZKRAFT(K)=ZKRAFT(K)/GEWI
      XKRAFT(K)=XKRAFT(K)/GEWI
      ANGRIF(K)=-ANGRIF(K)*0.001+DELTA
      ZACC(K)=ZACC(K)*9.81
      XACC(K)=XACC(K)*9.81
      XTT(K)=TIM
10    CONTINUE
C
C     VERSCHIEBUNG DER BESCHLEUNIGUNGSDATEN GEGENUEBER DEN KRAFTDATEN:
C
      IF(NVRZ.LT.1) GOTO 11
      DO 12  K=NVRZ+1,15
      ZACC(K-NVRZ)=ZACC(K)
12    CONTINUE
11    IF(NVRX.LT.1) GOTO 13
      DO 14  K=NVRX+1,15
      XACC(K-NVRX)=XACC(K)
14    CONTINUE
13    IF(NVRK.LT.1) GOTO 17
      DO 16  K=NVRK+1,15
      XKRAFT(K-NVRK)=XKRAFT(K)
16    CONTINUE
17    CONTINUE
C
      T=XTT(1)
      WRITE(5,115) NR,T
C
      DO 40  I=1,NEQN
      Y(I)=AB(I)
40    CONTINUE
      GOTO 333
C
C     EINLESEN DER WEITEREN MESSDATEN UND VERARBEITUNG
C
555   NR=NR+1
      IF(NR.EQ.2) GOTO 444
      IXT=1
      KF=0
C
      READ(4,ERR=776,END=775) ANXT,BNXT
      READ(4,ERR=776,END=775) CNXT,DNXT,ENXT
      ANXT=ANXT/GEWI
      BNXT=BNXT/GEWI
      CNXT=-CNXT*0.001+DELTA
      DNXT=DNXT*9.81
      ENXT=ENXT*9.81
C
      DO 50  K=1,14
      ZKRAFT(K)=ZKRAFT(K+1)
```

```
      ANGRIF(K)=ANGRIF(K+1)
      XTT(K)=XTT(K+1)
50    CONTINUE
      ZKRAFT(15)=ANXT
      ANGRIF(15)=CNXT
      XTT(15)=XTT(15)+DT
C
      DO 51   K=1,14-NVRZ
      ZACC(K)=ZACC(K+1)
51    CONTINUE
      DO 52   K=1,14-NVRX
      XACC(K)=XACC(K+1)
52    CONTINUE
      DO 53  K=1,14-NVRK
      XKRAFT(K)=XKRAFT(K+1)
53    CONTINUE
      ZACC(15-NVRZ)=DNXT
      XACC(15-NVRX)=ENXT
      XKRAFT(15-NVRK)=BNXT
C
444   TOUT=XTT(2)
      WRITE(5,105)
      WRITE(5,115) NR,TOUT
666   CALL DE6(DGS,NEQN,Y,T,TOUT,RELERR,ABSERR,IFLAG)
      IF(KF.GT.KFEN) GOTO 886
      GOTO (300,400,500,600,700,800),IFLAG
C
500   WRITE(5,108) IFLAG
      WRITE(5,109) RELERR,ABSERR
      GOTO 666
600   WRITE(5,110) IFLAG
      GOTO 666
C
400   IF(IXT.GT.NWE) GOTO 888
      WRITE(5,116) KF
333   CALL DGS(T,Y,YS)
      CALL LF(T,Y,UMR)
      IF(NR.GE.NWERT) GOTO 888
      GOTO 555
C
300   WRITE(5,107) IFLAG
      GOTO 888
700   WRITE(5,111) IFLAG
      GOTO 888
800   WRITE(5,112) IFLAG
      GOTO 888
775   WRITE(5,114) NR
      GOTO 888
C
886   WRITE(5,105)
      WRITE(5,118)
      WRITE(5,105)
888   WRITE(2,105)
      WRITE(2,101) TOUT,IFLAG
C
200   FORMAT('  EINGEGEBENER DATENFILE "SPR6.DAT":')
```

```
201   FORMAT(3(F5.2,X))
202   FORMAT(6(F6.3,X))
203   FORMAT(6(F8.5,X))
204   FORMAT(F5.2,X,F6.2,X,F10.5,X,I2,X,I2,X,I2)
205   FORMAT(6(F4.0,X))
206   FORMAT(2E10.1)
207   FORMAT(6(F12.2,X))
208   FORMAT(2(F12.5,X))
209   FORMAT(I5)
210   FORMAT(3(F6.3,X))
211   FORMAT(5(F8.0,X))
212   FORMAT(6(F12.5,X))
101   FORMAT('  ENDZEIT T-OUT [SEC] = ',F12.6,10X,'IFLAG =',I4)
105   FORMAT(/)
107   FORMAT('  STOP --- IFLAG =',I2)
108   FORMAT('  FEHLER ZU KLEIN GEWAEHLT!  IFLAG =',I2)
109   FORMAT('  RELERR = ',E10.3,'  ABSERR = ',E10.3)
110   FORMAT('  ZU GROSSE SCHRITTZAHL NOETIG!  IFLAG=',I2)
111   FORMAT('  GLEICHUNGEN SIND STEIF!  IFLAG=',I2)
112   FORMAT('  FALSCHE EINGABEPARAMETER!  IFLAG=',I2)
113   FORMAT('  FEHLER BEIM LESEN DER DATEN !  [NR =',I5,']')
114   FORMAT('  ENDE DER DATEN !  [NR =',I5,']')
115   FORMAT('  NR: ',I5,'   TOUT: ',F12.6)
116   FORMAT('  INTEGRATIONSSCHRITTE: ',I3)
118   FORMAT('  ABBRUCH - MODELL PLATZT !')
C
      GOTO 777
776   WRITE(5,113) NR
777   STOP
      END
C
C     ---------------------------------------------------------------------
C
      SUBROUTINE DGS(X,Y,YS)
C
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DIMENSION A(14,15),AL(14,14),P(14),PD(14),IND(14),VEK(14),AVO(14),
     1          Y(28),YS(28),Y2P(14)
      COMMON/DAT/UL,OL,RL,UL2,OL2,RL2,RM6,UM,OM,RM,UMK,OMK,RMK,UMW,
     1    OMW,RMW,AMA,BMA,THETU,THETO,THET4,THETUW,THETOW,THET4W,G
      COMMON/COS/S1,S2,S3,C1,C2,C3,CL,CT,EXPO,DAEL,DAET,FLAEU,FLAEO,
     1          FLAE4
      COMMON/DAEMP/FUZ,FOZ,F4Z,FUX,FOX,F4X,DUZ,DOZ,D4Z,DUX,DOX,D4X
      COMMON/FEDER/NWE,NR,KF,KFEN,IXT,Y2P
      COMMON/KRAFT/BKZ,BKX,D6SX,ZF2PU,XF2PU
      COMMON/FAKT/NWERT,TMTUW,TMTOW,TMT4W,AU,BU,AO,BO,AR,BR
C
      KF=KF+1
      IF(KF.GT.KFEN) RETURN
C
      S1=DSIN(Y(21))
      S2=DSIN(Y(22))
      S3=DSIN(Y(23))
      C1=DCOS(Y(21))
      C2=DCOS(Y(22))
      C3=DCOS(Y(23))
```

```
      S12=DSIN(Y(21)-Y(22))
      S13=DSIN(Y(21)-Y(23))
      S23=DSIN(Y(22)-Y(23))
      C12=DCOS(Y(21)-Y(22))
      C13=DCOS(Y(21)-Y(23))
      C23=DCOS(Y(22)-Y(23))
C
C     BESETZEN DER MATRIX A
C
      DO 77 I=1,14
      DO 77 J=1,14
      A(I,J)=0.
   77 CONTINUE
      A(1,1)=1.
      A(1,7)=-UL2*S1
      A(1,13)=1.
      A(2,2)=1.
      A(2,7)=UL2*C1
      A(2,14)=1.
      A(3,3)=1.
      A(3,7)=-UL*S1
      A(3,8)=-OL2*S2
      A(3,13)=1.
      A(4,4)=1.
      A(4,7)=UL*C1
      A(4,8)=OL2*C2
      A(4,14)=1.
      A(5,5)=1.
      A(5,7)=-UL*S1
      A(5,8)=-OL*S2
      A(5,9)=-RL2*S3
      A(5,13)=1.
      A(6,6)=1.
      A(6,7)=UL*C1
      A(6,8)=OL*C2
      A(6,9)=RL2*C3
      A(6,14)=1.
      A(7,1)=UMW
      A(7,3)=OMW
      A(7,5)=RMW
      A(7,7)=-UL2*S1*AMA
      A(7,8)=-OL2*S2*BMA
      A(7,9)=-RL2*S3*RM
      A(7,13)=RM6
      A(8,2)=UMW
      A(8,4)=OMW
      A(8,6)=RMW
      A(8,7)=UL2*C1*AMA
      A(8,8)=OL2*C2*BMA
      A(8,9)=RL2*C3*RM
      A(8,14)=RM6
      A(9,7)=UMK*UL*UL/4.+(UMK-2*RMK)*UL*OL/4.*C12-RMK*UL2*RL*C13-THETU
      A(9,8)=-THETO-RMK*OL2*(OL+RL*C23)
      A(9,9)=-THET4-RMK*RL2*(OL2*C23+RL2)
      A(9,13)=-UMK*(UL2*S1+OL2*S2)+RMK*(OL2*S2+RL2*S3)
      A(9,14)=UMK*(UL2*C1+OL2*C2)-RMK*(OL2*C2+RL2*C3)
```

```
      A(10,10)=THETUW
      A(11,11)=THETOW
      A(12,12)=THET4W
      A(13,13)=1.
      A(14,14)=1.
C
C     BESETZEN DER INHOMOGENITAET
C
66    CALL KB(X)
      IF(IXT.GT.NWE) GOTO 88
      CALL MUSKEL(Y)
C
      TMTUW=AU*(Y(21)-Y(24))+BU*(Y(7)-Y(10))
      TMTOW=AO*(Y(22)-Y(25))+BO*(Y(8)-Y(11))
      TMT4W=AR*(Y(23)-Y(26))+BR*(Y(9)-Y(12))
C
      A(1,15)=UL2*C1*Y(7)*Y(7)-(FUX+DUX)/UMW
      A(2,15)=UL2*S1*Y(7)*Y(7)-(FUZ+DUZ)/UMW-G
      A(3,15)=UL*C1*Y(7)*Y(7)+OL2*C2*Y(8)*Y(8)-(FOX+DOX)/OMW
      A(4,15)=UL*S1*Y(7)*Y(7)+OL2*S2*Y(8)*Y(8)-(FOZ+DOZ)/OMW-G
      A(5,15)=UL*C1*Y(7)*Y(7)+OL*C2*Y(8)*Y(8)+RL2*C3*Y(9)*Y(9)-
     1   (F4X+D4X)/RMW
      A(6,15)=UL*S1*Y(7)*Y(7)+OL*S2*Y(8)*Y(8)+RL2*S3*Y(9)*Y(9)-
     1   (F4Z+D4Z)/RMW-G
      A(7,15)=BKX+UL2*C1*AMA*Y(7)*Y(7)+OL2*C2*BMA*Y(8)*Y(8)+
     1   RM*RL2*C3*Y(9)*Y(9)
      A(8,15)=BKZ+UL2*S1*AMA*Y(7)*Y(7)+OL2*S2*BMA*Y(8)*Y(8)+
     1   RM*RL2*S3*Y(9)*Y(9)-RM6*G
      A(9,15)=-(UL*S1+OL2*S2+Y(28))*BKX+(UL*C1+OL2*C2-D6SX+Y(27))*BKZ+
     1   (UL2*S12*(UMK*OL2-RMK*OL)-RMK*UL2*RL*S13)*Y(7)*Y(7)-
     2   RMK*OL2*RL*S23*(Y(8)*Y(8)-0.5*Y(9)*Y(9))-
     3   (UL2*S1+OL2*S2)*(FUX+DUX)+(UL2*C1+OL2*C2)*(FUZ+DUZ)+
     4   (OL2*S2+RL2*S3)*(F4X+D4X)-(OL2*C2+RL2*C3)*(F4Z+D4Z)+
     5   (-UMK*(UL2*C1+OL2*C2)+RMK*(OL2*C2+RL2*C3))*G+
     6   TMTUW+TMTOW+TMT4W+
     7   (Y(16)*(FUX+DUX)-Y(15)*(FUZ+DUZ))+
     8   (Y(18)*(FOX+DOX)-Y(17)*(FOZ+DOZ))+
     9   (Y(20)*(F4X+D4X)-Y(19)*(F4Z+D4Z))
      A(10,15)=TMTUW
      A(11,15)=TMTOW
      A(12,15)=TMT4W
      A(13,15)=XF2PU
      A(14,15)=ZF2PU
C
C     AUFRUF DES LOESUNGSPROGRAMMES GAUSS
      NPAR=14
      NP1=NPAR+1
      EPS=1.D-8
      CALL GAUSS6(A,P,AL,VEK,AVO,PD,IND,NPAR,NP1,EPS)
C
C     BESETZEN DES FELDES YS(28) UND Y2P(14)
      DO 3  I=1,NPAR
      IP=I+NPAR
      Y2P(I)=PD(I)
      YS(I)=PD(I)
      YS(IP)=Y(I)
```

```
3     CONTINUE
88    RETURN
      END
C
C     ------------------------------------------------------------------
C
      SUBROUTINE LF(XE,YE,UMR)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      DIMENSION YE(28),YH(28),Y2P(14),XTT(15)
      REAL*4 ZKRAFT(15),XKRAFT(15),ANGRIF(15),ZACC(15),XACC(15)
      COMMON/DAT/UL,OL,RL,UL2,OL2,RL2,RM6,UM,OM,RM,UMK,OMK,RMK,UMW,
     1    OMW,RMW,AMA,BMA,THETU,THETO,THET4,THETUW,THETOW,THET4W,G
      COMMON/COS/S1,S2,S3,C1,C2,C3,CL,CT,EXPO,DAEL,DAET,FLAEU,FLAEO,
     1          FLAE4
      COMMON/DAEMP/FUZ,FOZ,F4Z,FUX,FOX,F4X,DUZ,DOZ,D4Z,DUX,DOX,D4X
      COMMON/FEDER/NWE,NR,KF,KFEN,IXT,Y2P
      COMMON/MESS/XTT,ZKRAFT,XKRAFT,ANGRIF,ZACC,XACC
      COMMON/FAKT/NWERT,TMTUW,TMTOW,TMT4W,AU,BU,AO,BO,AR,BR
C
      IN=2
      DT=0.001
      IF(NR.EQ.1) GOTO 10
      GOTO 11
10    IN=1
      DT=0.0
      TMTSUM=0.0
      TMTS23=0.0
C
C     UMRECHNEN DER AUSGABEWINKEL:
11    DO 1 I=1,28
  1   YH(I)=YE(I)
      DO 2 I=1,6
      I1=I+6
      I2=I+20
      YH(I1)=YH(I1)/UMR
  2   YH(I2)=YH(I2)/UMR
      PH12PU=Y2P(7)/UMR
C
C     BERECHNUNG DER GESAMTSCHWERPUNKTSBESCHLEUNIGUNGEN:
      X62PU=(-AMA*UL2*(S1*Y2P(7)+C1*YE(7)*YE(7))-BMA*OL2*(S2*Y2P(8)+
     1       C2*YE(8)*YE(8))-RM*RL2*(S3*Y2P(9)+C3*YE(9)*YE(9))+
     1       RM6*Y2P(13)+UMW*Y2P(1)+OMW*Y2P(3)+RMW*Y2P(5))/RM6
C
      Z62PU=(AMA*UL2*(C1*Y2P(7)-S1*YE(7)*YE(7))+BMA*OL2*(C2*Y2P(8)-
     1       S2*YE(8)*YE(8))+RM*RL2*(C3*Y2P(9)-S3*YE(9)*YE(9))+
     1       RM6*Y2P(14)+UMW*Y2P(2)+OMW*Y2P(4)+RMW*Y2P(6))/RM6
C
C       BERECHNUNG DER KOORDINATEN DER KNOCHENSCHWERPUNKTE:
        XUK=UL2*C1+YE(27)
        ZUK=UL2*S1+YE(28)
        XOK=UL*C1+OL2*C2+YE(27)
        ZOK=UL*S1+OL2*S2+YE(28)
        X4K=UL*C1+OL*C2+RL2*C3+YE(27)
        Z4K=UL*S1+OL*S2+RL2*S3+YE(28)
C
C
```

```
C     BERECHNUNG DER GESCHWINDIGKEITEN DER WEICHTEILSCHWERPUNKTE:
      XUWP=-UL2*S1*YE(7)+YE(13)+YE(1)
      ZUWP=UL2*C1*YE(7)+YE(14)+YE(2)
      XOWP=-UL*S1*YE(7)-OL2*S2*YE(8)+YE(13)+YE(3)
      ZOWP=UL*C1*YE(7)+OL2*C2*YE(8)+YE(14)+YE(4)
      X4WP=-UL*S1*YE(7)-OL*S2*YE(8)-RL2*S3*YE(9)+YE(13)+YE(5)
      Z4WP=UL*C1*YE(7)+OL*C2*YE(8)+RL2*C3*YE(9)+YE(14)+YE(6)
C
C     BERECHNUNG DER GESCHWINDIGKEITEN DER KNOCHENSCHWERPUNKTE:
      XUKP=XUWP-YE(1)
      ZUKP=ZUWP-YE(2)
      XOKP=XOWP-YE(3)
      ZOKP=ZOWP-YE(4)
      X4KP=X4WP-YE(5)
      Z4KP=Z4WP-YE(6)
C
C     GESAMTSCHWERPUNKTSKOORDINATEN UND -GESCHWINDIGKEITEN:
      X6=(UM*(UL2*C1+YE(27))+OM*(UL*C1+OL2*C2+YE(27))+RM*
     1         (UL*C1+OL*C2+RL2*C3+YE(27))+UMW*YE(15)+OMW*YE(17)+
     1         RMW*YE(19))/RM6
      Z6=(UM*(UL2*S1+YE(28))+OM*(UL*S1+OL2*S2+YE(28))+RM*
     1         (UL*S1+OL*S2+RL2*S3+YE(28))+UMW*YE(16)+OMW*YE(18)+
     1         RMW*YE(20))/RM6
      X6PU=UM*XUKP+OM*XOKP+RM*X4KP+UMW*YE(1)+OMW*YE(3)+RMW*YE(5)
      Z6PU=UM*ZUKP+OM*ZOKP+RM*Z4KP+UMW*YE(2)+OMW*YE(4)+RMW*YE(6)
C
C     UEBERTRAGENE ZWANGSKRAEFTE:
      X12=-UMK*UL2*(C1*YE(7)*YE(7)+S1*Y2P(7))+UMK*Y2P(13)-XKRAFT(IN)-
     1     FUX-DUX
      Z12=UMK*UL2*(-S1*YE(7)*YE(7)+C1*Y2P(7))+UMK*Y2P(14)-ZKRAFT(IN)-
     1    FUZ-DUZ+UMK*G
C
      X23=RMK*(UL*C1*YE(7)*YE(7)+UL*S1*Y2P(7)+OL*C2*YE(8)*YE(8)+OL*S2*
     1    Y2P(8)+RL2*C3*YE(9)*YE(9)+RL2*S3*Y2P(9)-Y2P(13))+F4X+D4X
      Z23=RMK*(UL*S1*YE(7)*YE(7)-UL*C1*Y2P(7)+OL*S2*YE(8)*YE(8)-OL*C2*
     1    Y2P(8)+RL2*S3*YE(9)*YE(9)-RL2*C3*Y2P(9)-Y2P(14))+F4Z+D4Z-RMK*G
C
C     UEBERTRAGENE MOMENTE:
      TMT12=-THETU*Y2P(7)+(UL2*S1+YE(28))*XKRAFT(IN)+(ANGRIF(IN)-UL2*C1-
     1     YE(27))*ZKRAFT(IN)-UL2*S1*X12+UL2*C1*Z12-TMTUW
      TMT23=THET4*Y2P(9)+RL2*S3*X23-RL2*C3*Z23+TMT4W
C
C     BERECHNUNG VON GELENKKRAEFTEN AUS DEN MOMENTEN UND ZWANGSKRAEFTEN
C     BEI ANNAHME EINFACHER RADIEN VON 5cm IM KNIE UND 8cm IN DER HUEFTE
C
      Z12S=TMT12/0.05-Z12
      Z23S=TMT23/0.08+Z23
C
C     TEILSCHWERPUNKTSBESCHLEUNIGUNGEN IN X-RICHTUNG
      XUK2P=-UL2*C1*YE(7)*YE(7)-UL2*S1*Y2P(7)+Y2P(13)
      XOK2P=-UL*C1*YE(7)*YE(7)-UL*S1*Y2P(7)-OL2*C2*YE(8)*YE(8)-
     1      OL2*S2*Y2P(8)+Y2P(13)
      X4K2P=-UL*C1*YE(7)*YE(7)-UL*S1*Y2P(7)-OL*C2*YE(8)*YE(8)-
     1      OL*S2*Y2P(8)-RL2*C3*YE(9)*YE(9)-RL2*S3*Y2P(9)+Y2P(13)
C
C     BAHNDREHIMPULS DES SCHWERPUNKTS:
```

```
      DREH6=RM6*(Z6*X6PU-Z6PU*X6)
C
C     GESAMTDREHIMPULS:
      R1=((ZUK+UMW/UM*YE(16))*(XUKP+UMW/UM*YE(1))-
     1    (XUK+UMW/UM*YE(15))*(ZUKP+UMW/UM*YE(2)))*UM
      R2=((ZOK+OMW/OM*YE(18))*(XOKP+OMW/OM*YE(3))-
     1    (XOK+OMW/OM*YE(17))*(ZOKP+OMW/OM*YE(4)))*OM
      R3=((Z4K+RMW/RM*YE(20))*(X4KP+RMW/RM*YE(5))-
     1    (X4K+RMW/RM*YE(19))*(Z4KP+RMW/RM*YE(6)))*RM+
     2    (YE(20)*YE(5)-YE(19)*YE(6))*RMK*RMW/RM
C
      DRIMP=R1-THETU*YE(7)+R2-THETO*YE(8)+R3-THET4*YE(9)
     1      -THETUW*YE(10)-THETOW*YE(11)-THET4W*YE(12)
C
C     RELATIVDREHIMPULS:
      DREL=DRIMP-DREH6
C
C     AUSDRUCKEN DER ERGEBNISSE:
      WRITE(2,998)
      WRITE(2,1000)NR,XE
      WRITE(2,1001)
      WRITE(2,1002)YH(21),YH(22),YH(23),YH(7),YH(8),YH(9)
      WRITE(2,1015)
      WRITE(2,1002)YH(24),YH(25),YH(26),YH(10),YH(11),YH(12)
      WRITE(2,1003)
      WRITE(2,1002)YH(28),YH(27),YH(14),YH(13),Y2P(14),Y2P(13)
      WRITE(2,1004)
      WRITE(2,1002)YH(16),YH(15),YH(18),YH(17),YH(20),YH(19)
      WRITE(2,1005)
      WRITE(2,1002)YH(2),YH(1),YH(4),YH(3),YH(6),YH(5)
      WRITE(2,1006)
      WRITE(2,1002)ZUKP,XUKP,ZOKP,XOKP,Z4KP,X4KP
      WRITE(2,1007)
      WRITE(2,1002)ZUWP,XUWP,ZOWP,XOWP,Z4WP,X4WP
      WRITE(2,1008)
      WRITE(2,1002)Z6,X6,Z6PU,X6PU,Z62PU,X62PU
      WRITE(2,1009)
      WRITE(2,1002)ZKRAFT(IN),XKRAFT(IN),Z12,X12,Z23,X23
      WRITE(2,1010)
      WRITE(2,1002)TMT12,TMT23,TMTS23,TMTUW,TMTOW,TMT4W
      WRITE(2,1012)
      WRITE(2,1002)ANGRIF(IN),DRIMP,DREH6,DREL,Z12S,Z23S
      WRITE(2,1014)KF
C
998   FORMAT (/)
1000  FORMAT('  NR: ',I5,3X,'ZEITPUNKT:',F10.3)
1001  FORMAT(T5,'PHI1',T17,'PHI2',T29,'PHI3',T40,'PH1-PUNKT',T52,
     1       'PH2-PUNKT',T64,'PH3-PUNKT')
1002  FORMAT(6F12.5)
1003  FORMAT(T5,'ZF',T17,'XF',T29,'ZFPU',T40,'XFPU',T52,'ZF2PU',
     1       T64,'XF2PU')
1004  FORMAT(T5,'D-ZU',T17,'D-XU',T29,'D-ZO',T40,'D-XO',T52,
     1       'D-Z4',T64,'D-X4')
1005  FORMAT(T5,'DPU-ZU',T17,'DPU-XU',T29,'DPU-ZO',T40,'DPU-XO',
     1       T52,'DPU-Z4',T64,'DPU-X4')
1006  FORMAT(T5,'ZUKP',T17,'XUKP',T29,'ZOKP',T40,'XOKP',T52,
```

```
     1       'Z4KP',T64,'X4KP')
1007  FORMAT(T5,'ZUWP',T17,'XUWP',T29,'ZOWP',T40,'XOWP',T52,
     1       'Z4WP',T64,'X4WP')
1008  FORMAT(T5,'Z6',T17,'X6',T29,'Z6PU',T40,'X6PU',T52,
     1       'Z62PU',T64,'X62PU')
1009  FORMAT(T5,'BKZ',T17,'BKX',T29,'Z12',T40,'X12',T52,
     1       'Z23',T64,'X23')
1010  FORMAT(T5,'TMT12',T17,'TMT23',T29,'TMTS23',T40,'TMTUW',
     1       T52,'TMTOW',T64,'TMT4W')
1011  FORMAT(4F12.5)
1012  FORMAT(T5,'ANGRIF',T17,'DRIMP',T29,'DREH6',T40,'DREL',
     1       T52,'Z12S',T64,'Z23S')
1013  FORMAT(5F12.5)
1014  FORMAT('  INTEGRATIONSSCHRITTE: ',I3)
1015  FORMAT(T5,'PH1W',T17,'PH2W',T29,'PH3W',T40,'PH1W-P',
     1       T52,'PH2W-P',T64,'PH3W-P')
C
      RETURN
      END
C
C     ------------------------------------------------------------------
C
      SUBROUTINE KB(X)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
      REAL*4 ZKRAFT(15),XKRAFT(15),ANGRIF(15),ZACC(15),XACC(15)
      DIMENSION Y2P(14),XTT(15)
      COMMON/FEDER/NWE,NR,KF,KFEN,IXT,Y2P
      COMMON/MESS/XTT,ZKRAFT,XKRAFT,ANGRIF,ZACC,XACC
      COMMON/KRAFT/BKZ,BKX,D6SX,ZF2PU,XF2PU
      J1=0
      J2=0
C
      IF(X.EQ.XTT(IXT)) GOTO 10
 15   IF(X.GT.XTT(IXT)) GOTO 20
      IF(J2.EQ.1) GOTO 30
      IXT=IXT-1
      J1=1
      GOTO 15
 20   IF(J1.EQ.1) GOTO 40
      IXT=IXT+1
      J2=1
      GOTO 15
 40   BKX=XKRAFT(IXT)+(XKRAFT(IXT+1)-XKRAFT(IXT))*(X-XTT(IXT))
     1    /(XTT(IXT+1)-XTT(IXT))
      BKZ=ZKRAFT(IXT)+(ZKRAFT(IXT+1)-ZKRAFT(IXT))*(X-XTT(IXT))
     1    /(XTT(IXT+1)-XTT(IXT))
      D6SX=ANGRIF(IXT)+(ANGRIF(IXT+1)-ANGRIF(IXT))*(X-XTT(IXT))
     1    /(XTT(IXT+1)-XTT(IXT))
      ZF2PU=ZACC(IXT)+(ZACC(IXT+1)-ZACC(IXT))*(X-XTT(IXT))
     1    /(XTT(IXT+1)-XTT(IXT))
      XF2PU=XACC(IXT)+(XACC(IXT+1)-XACC(IXT))*(X-XTT(IXT))
     1    /(XTT(IXT+1)-XTT(IXT))
      GOTO 50
 30   BKX=XKRAFT(IXT-1)+(XKRAFT(IXT)-XKRAFT(IXT-1))*(X-XTT(IXT-1))
     1    /(XTT(IXT)-XTT(IXT-1))
      BKZ=ZKRAFT(IXT-1)+(ZKRAFT(IXT)-ZKRAFT(IXT-1))*(X-XTT(IXT-1))
```

```
     1    /(XTT(IXT)-XTT(IXT-1))
          D6SX=ANGRIF(IXT-1)+(ANGRIF(IXT)-ANGRIF(IXT-1))*(X-XTT(IXT-1))
     1    /(XTT(IXT)-XTT(IXT-1))
          ZF2PU=ZACC(IXT-1)+(ZACC(IXT)-ZACC(IXT-1))*(X-XTT(IXT-1))
     1    /(XTT(IXT)-XTT(IXT-1))
          XF2PU=XACC(IXT-1)+(XACC(IXT)-XACC(IXT-1))*(X-XTT(IXT-1))
     1    /(XTT(IXT)-XTT(IXT-1))
          GOTO 50
C
10        BKX=XKRAFT(IXT)
          BKZ=ZKRAFT(IXT)
          D6SX=ANGRIF(IXT)
          ZF2PU=ZACC(IXT)
          XF2PU=XACC(IXT)
C
50        IF (IXT.GT.NWE) GOTO 99
60        RETURN
99        WRITE(5,98)
          WRITE(5,97) IXT,IXT,XTT(IXT)
98        FORMAT(///'  !!! WARNUNG: ZUGRIFF AUF WEITERE FELDWERTE !!!'/)
97        FORMAT('  -- IXT = ',I4,'  XTT(',I4,') = ',F6.3,' --')
          GOTO 60
          END
C
C
C     ------------------------------------------------------------------

          SUBROUTINE MUSKEL(Y)
          IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
          DIMENSION Y(28)
          COMMON/COS/S1,S2,S3,C1,C2,C3,CL,CT,EXPO,DAEL,DAET,FLAEU,FLAEO,
     1          FLAE4
          COMMON/DAEMP/FUZ,FOZ,F4Z,FUX,FOX,F4X,DUZ,DOZ,D4Z,DUX,DOX,D4X
C
          CHIL=-Y(15)*C1-Y(16)*S1
          CHIT=-Y(15)*S1+Y(16)*C1
          ETAL=-Y(17)*C2-Y(18)*S2
          ETAT=-Y(17)*S2+Y(18)*C2
          ZETAL=-Y(19)*C3-Y(20)*S3
          ZETAT=-Y(19)*S3+Y(20)*C3
          V=1.
          FUX=(-CL*SIGN(V,CHIL)*(316*DABS(CHIL))**EXPO*C1-
     1         CT*SIGN(V,CHIT)*(316*DABS(CHIT))**EXPO*S1)*FLAEU
          FUZ=(-CL*SIGN(V,CHIL)*(316*DABS(CHIL))**EXPO*S1+
     1         CT*SIGN(V,CHIT)*(316*DABS(CHIT))**EXPO*C1)*FLAEU
          FOX=(-CL*SIGN(V,ETAL)*(316*DABS(ETAL))**EXPO*C2-
     1         CT*SIGN(V,ETAT)*(316*DABS(ETAT))**EXPO*S2)*FLAEO
          FOZ=(-CL*SIGN(V,ETAL)*(316*DABS(ETAL))**EXPO*S2+
     1         CT*SIGN(V,ETAT)*(316*DABS(ETAT))**EXPO*C2)*FLAEO
          F4X=(-CL*SIGN(V,ZETAL)*(316*DABS(ZETAL))**EXPO*C3-
     1         CT*SIGN(V,ZETAT)*(316*DABS(ZETAT))**EXPO*S3)*FLAE4
          F4Z=(-CL*SIGN(V,ZETAL)*(316*DABS(ZETAL))**EXPO*S3+
     1         CT*SIGN(V,ZETAT)*(316*DABS(ZETAT))**EXPO*C3)*FLAE4
C
          CLPU=-Y(1)*C1+Y(15)*S1*Y(7)-Y(2)*S1-Y(16)*C1*Y(7)
          CTPU=-Y(1)*S1-Y(15)*C1*Y(7)+Y(2)*C1-Y(16)*S1*Y(7)
          ELPU=-Y(3)*C2+Y(17)*S2*Y(8)-Y(4)*S2-Y(18)*C2*Y(8)
```

```
      ETPU=-Y(3)*S2-Y(17)*C2*Y(8)+Y(4)*C2-Y(18)*S2*Y(8)
      ZLPU=-Y(5)*C3+Y(19)*S3*Y(9)-Y(6)*S3-Y(20)*C3*Y(9)
      ZTPU=-Y(5)*S3-Y(19)*C3*Y(9)+Y(6)*C3-Y(20)*S3*Y(9)
C
      DUX=(-DAEL*DABS(CHIL)*CLPU*C1-DAET*DABS(CHIT)*CTPU*S1)*FLAEU
      DUZ=(-DAEL*DABS(CHIL)*CLPU*S1+DAET*DABS(CHIT)*CTPU*C1)*FLAEU
      DOX=(-DAEL*DABS(ETAL)*ELPU*C2-DAET*DABS(ETAT)*ETPU*S2)*FLAEO
      DOZ=(-DAEL*DABS(ETAL)*ELPU*S2+DAET*DABS(ETAT)*ETPU*C2)*FLAEO
      D4X=(-DAEL*DABS(ZETAL)*ZLPU*C3-DAET*DABS(ZETAT)*ZTPU*S3)*FLAE4
      D4Z=(-DAEL*DABS(ZETAL)*ZLPU*S3+DAET*DABS(ZETAT)*ZTPU*C3)*FLAE4
C
      RETURN
      END
```

```
C       PROGRAM MATRIX
C
C       ------------------------------------------------------------
C
C       BERECHNUNG DER ANFANGSBEDINGUNGEN (WINKELGESCHWINDIGKEITEN,
C       FUSSPUNKTSGESCHWINDIGKEIT IN Z- UND X-RICHTUNG,
C       VERSCHIEBUNG DES KRAFTANGRIFFSPUNKTS) ZUR EINGABE IN
C       PROGRAMM "HOPP6".
C       VERSION: EINGABE DER MESSUNG DES ANGRIFFSPUNKTS UND
C                BERECHNUNG DES RELATIVDREHIMPULSES 'DREL'.
C
C       INPUT:   MASSEN.DAT
C                HOPPIN.DAT (UNFORMATTED)
C       OUTPUT:  SPR6.DAT
C                BEGIN.DAT
C
C       ------------------------------------------------------------
C
C
        DIMENSION A(5,6),AL(5,5),P(5),PD(5),IND(5),VEK(5),AVO(5)
        DIMENSION PHI(3),PH(3),FELD(700),AB(28),X6T(700)
        DIMENSION ANFBED(2),RESULT(2)
        DIMENSION ZKRAFT(700),XKRAFT(700),ZACC(700),ANGRIF(700)
        DIMENSION XACC(700)
C
        OPEN(UNIT=2,NAME='HOPPIN.DAT',TYPE='OLD',FORM='UNFORMATTED')
        OPEN(UNIT=3,NAME='MASSEN.DAT',TYPE='OLD')
        OPEN(UNIT=4,NAME='SPR6.DAT',TYPE='NEW')
C
        READ(3,*) UL,OL,RL
        READ(3,*) UMK,OMK,RMK,UMW,OMW,RMW
        READ(3,*) THETU,THETO,THET4,THETUW,THETOW,THET4W
        READ(3,*) AU,BU,AO,BO,AR,BR
        READ(3,*) G,GEWI,DELTA,NVRZ,NVRX,NVRK
        READ(3,*) FLAEU,FLAEO,FLAE4
        READ(3,*) CT,CL,EXPO,DAET,DAEL
        READ(3,*) (AB(I),I=1,6)
        READ(3,*) (AB(I),I=7,12)
        READ(3,*) (AB(I),I=13,14)
        READ(3,*) (AB(I),I=15,20)
        READ(3,*) (AB(I),I=21,26)
        READ(3,*) (AB(I),I=27,28)
        READ(3,*) DREL
        READ(3,*) RELERR,ABSERR
        READ(3,*) NWERT
        CALL CLOSE(3)
C
        PHI(1)=AB(21)
        PHI(2)=AB(22)
        PHI(3)=AB(23)
C
        THETUS=THETU+THETUW
        THETOS=THETO+THETOW
        THET4S=THET4+THET4W
C
        IF (NWERT.GT.700) NWERT=700
```

```
      DO 4  I=1,NWERT
      READ(2,ERR=998,END=999) ZKRAFT(I),XKRAFT(I)
      READ(2,ERR=998,END=999) ANGRIF(I),ZACC(I),XACC(I)
      ZKRAFT(I)=ZKRAFT(I)/GEWI
      ANGRIF(I)=-ANGRIF(I)*0.001
      XKRAFT(I)=XKRAFT(I)/GEWI
      ZACC(I)=ZACC(I)*9.81
      XACC(I)=XACC(I)*9.81
4     CONTINUE
999   CONTINUE
C
      IF(NVRZ.NE.0) GOTO 21
      GOTO 22
21    DO 23  I=NVRZ+1,NWERT
      ZACC(I-NVRZ)=ZACC(I)
23    CONTINUE
      DO 27  I=NWERT-NVRZ,NWERT
      ZACC(I)=0.
27    CONTINUE
22    IF(NVRX.NE.0) GOTO 24
      GOTO 25
24    DO 26  I=NVRX+1,NWERT
      XACC(I-NVRX)=XACC(I)
26    CONTINUE
      DO 28  I=NWERT-NVRX,NWERT
      XACC(I)=0.
28    CONTINUE
C
25    DM=0.001
      UL2=UL/2.
      OL2=OL/2.
      RL2=RL/2.
C
      UM=UMK+UMW
      OM=OMK+OMW
      RM=RMK+RMW
      AMA=UM+2*OM+2*RM
      BMA=OM+2*RM
      RM6=UM+OM+RM
      IF (RM6.NE.1.0) GOTO 995
C
C     UMRECHNEN DER ANFANGSWERTE
C
      PI=ATAN(1.0)*4.0
      UMR=PI/180.
      DO 2  I=1,3
      PH(I)=PHI(I)*UMR
2     CONTINUE
C
      S1=SIN(PH(1))
      S2=SIN(PH(2))
      S3=SIN(PH(3))
      C1=COS(PH(1))
      C2=COS(PH(2))
      C3=COS(PH(3))
      C12=COS(PH(1)-PH(2))
```

```
      C13=COS(PH(1)-PH(3))
      C23=COS(PH(2)-PH(3))
C
C     BERECHNUNG DER SCHWERPUNKTSKOORDINATEN X60,Z60 BEIM AUFTREFFEN
C
      XF0=0.
      ZF0=0.
C
      X60=(RM6*XF0+AMA*UL2*C1+BMA*0L2*C2+RM*RL2*C3)/RM6
      Z60=(RM6*ZF0+AMA*UL2*S1+BMA*0L2*S2+RM*RL2*S3)/RM6
C
C     INTEGRATION DER KRAFTKURVE
C
      NI=1
      ANFBED(1)=0.
      ANFBED(2)=0.
      DO 6  I=1,NWERT
6     FELD(I)=ZKRAFT(I)-9.81
      CALL TRAPEZ (FELD,ANFBED,RESULT,NI,NWERT,DM)
      Z6PU0=-RESULT(1)
      NI=2
      DO 10  I=1,NWERT
10    FELD(I)=XKRAFT(I)
      CALL TRAPEZ (FELD,ANFBED,RESULT,NI,NWERT,DM)
      DO 12  I=1,NWERT
12    X6T(I)=FELD(I)+X60+RESULT(2)
      X6PU0=-RESULT(1)
C
C     INTEGRATION DER FUSSPUNKTSBESCHLEUNIGUNG
C     NI=1
      DO 14  I=1,NWERT
14    FELD(I)=ZACC(I)
      CALL TRAPEZ (FELD,ANFBED,RESULT,NI,NWERT,DM)
      ZAV0=-RESULT(1)
C
      DO 15  I=1,NWERT
15    FELD(I)=XACC(I)
      CALL TRAPEZ (FELD,ANFBED,RESULT,NI,NWERT,DM)
      XAV0=-RESULT(1)
C
C     DREHIMPULS DES GESAMTSCHWERPUNKTS
C
      DREH6=RM6*(Z60*X6PU0-Z6PU0*X60)
C
      DO 50  I=1,NWERT
      FELD(I)=-ZKRAFT(I)*ANGRIF(I)+RM6*G*X6T(I)
50    CONTINUE
      CALL TRAPEZ (FELD,ANFBED,RESULT,NI,NWERT,DM)
      TMTK=RESULT(1)
      DRIMP=-TMTK
C
C     BESETZEN DER MATRIX
C
      A(1,1)=AMA*UL2*C1
      A(1,2)=BMA*0L2*C2
      A(1,3)=RM*RL2*C3
```

```
      A(1,4)=0.
      A(1,5)=RM6
      A(2,1)=-AMA*UL2*S1
      A(2,2)=-BMA*OL2*S2
      A(2,3)=-RM*RL2*S3
      A(2,4)=RM6
      A(2,5)=0.
      A(3,1)=THETUS+UL2*UL2*(UM+4.*(OM+RM))+UL*OL2*BMA*C12+
     1        UL*RL2*RM*C13+UL2*AMA*(C1*XFO+S1*ZFO)
      A(3,2)=THETOS+OL2*OL2*(OM+4.*RM)+UL*OL2*BMA*C12+
     1        OL*RL2*RM*C23+OL2*BMA*(C2*XFO+S2*ZFO)
      A(3,3)=THET4S+RM*RL2*RL2+RM*UL*RL2*C13+RM*OL*RL2*C23+
     1        RM*RL2*(C3*XFO+S3*ZFO)
      A(3,4)=-RM6*Z60
      A(3,5)=RM6*X60
      A(4,1)=0.
      A(4,2)=0.
      A(4,3)=0.
      A(4,4)=1.
      A(4,5)=0.
      A(5,1)=0.
      A(5,2)=0.
      A(5,3)=0.
      A(5,4)=0.
      A(5,5)=1.
C
      A(1,6)=RM6*Z6PUO
      A(2,6)=RM6*X6PUO
      A(3,6)=TMTK
      A(4,6)=XAVO
      A(5,6)=ZAVO
C
C     KOMPONENTEN ZUR BERECHNUNG VON 'DREL':
      R1=-A(3,1)
      R2=-A(3,2)
      R3=-A(3,3)
      R4=-A(3,4)
      R5=-A(3,5)
C
      NPAR = 5
      NP1 = NPAR+1
      EPS = 0.0001
C
      CALL GAUSS(A,P,AL,VEK,AVO,PD,IND,NPAR,NP1,EPS)
C
      DREL= R1*PD(1)+R2*PD(2)+R3*PD(3)+R4*PD(4)+R5*PD(5)-
     1      RM6*(Z60*X6PUO-X60*Z6PUO)
C
C     UMRECHNEN DER WINKEL
      DO 18  I=1,3
18    PD(I)=PD(I)/UMR
C
      DO 19  I=1,3
      AB(I+6)=PD(I)
      AB(I+9)=PD(I)
19    CONTINUE
```

```
      AB(13)=PD(4)
      AB(14)=PD(5)
      XFPUO=PD(4)
      ZFPUO=PD(5)
C
C     AUSDRUCKEN DER EINGABEWERTE AUF FILE "SPR6.DAT":
C
      WRITE(4,201) UL,OL,RL
      WRITE(4,202) UMK,OMK,RMK,UMW,OMW,RMW
      WRITE(4,203) THETU,THETO,THET4,THETUW,THETOW,THET4W
      WRITE(4,207) AU,BU,AO,BO,AR,BR
      WRITE(4,204) G,GEWI,DELTA,NVRZ,NVRX,NVRK
      WRITE(4,210) FLAEU,FLAEO,FLAE4
      WRITE(4,211) CT,CL,EXPO,DAET,DAEL
      WRITE(4,205) (AB(I),I=1,6)
      WRITE(4,212) (AB(I),I=7,12)
      WRITE(4,208) (AB(I),I=13,14)
      WRITE(4,205) (AB(I),I=15,20)
      WRITE(4,212) (AB(I),I=21,26)
      WRITE(4,208) (AB(I),I=27,28)
      WRITE(4,206) RELERR,ABSERR
      WRITE(4,209) NWERT
C
C     AUSDRUCKEN DER RESULTATE
C
      OPEN (UNIT=3,NAME='BEGIN.DAT',TYPE='NEW')
C
      WRITE (3,99)
      WRITE (3,109)
      WRITE (3,98)
      WRITE (3,100) X60,Z60
      WRITE (3,102) X6PUO,Z6PUO
      WRITE (3,101) XFPUO,ZFPUO
      WRITE (3,107)
      WRITE (3,105) (PHI(I),I=1,3)
      WRITE (3,104)
      WRITE (3,105) (PD(I),I=1,3)
      WRITE (3,106) DELTA
      WRITE (3,213) DREH6
      WRITE (3,108) DREL
      WRITE (3,214) DRIMP
      WRITE (3,215) NWERT
      WRITE (3,99)
C
98    FORMAT(/)
99    FORMAT (//)
100   FORMAT ('  X60 [m] =',F12.7,5X,'  Z60 [m] =',F12.7)
101   FORMAT ('  XFPUO [m/s] =',F12.7,X,'  ZFPUO [m/s] =',F12.7)
102   FORMAT ('  X6PUO [m/s] =',F12.7,X,'  Z6PUO [m/s] =',F12.7)
104   FORMAT ('  WINKELGESCHWINDIGKEITEN [Grad/s] (PH1,PH2,PH3): ')
105   FORMAT (3(F14.7,2X))
106   FORMAT ('  ANGRIFFSPUNKTSVERSCHIEBUNG "DELTA" [m] = ',F10.7)
107   FORMAT ('  ANFANGSWINKELSTELLUNG [Grad]  (PH1,PH2,PH3): ')
108   FORMAT ('  RELATIVDREHIMPULS "DREL" = ',F9.5)
109   FORMAT ('  ERGEBNISSE AUS PROGRAMM  "MATRIXB" :')
201   FORMAT(3(F5.2,X))
```

```
202     FORMAT(6(F6.3,X))
203     FORMAT(6(F8.5,X))
204     FORMAT(F5.2,X,F6.2,X,F10.5,X,I2,X,I2,X,I2)
205     FORMAT(6(F4.0,X))
206     FORMAT(2E10.1)
207     FORMAT(6(F12.2,X))
208     FORMAT(2(F12.5,X))
209     FORMAT(I5)
210     FORMAT(3(F6.3,X))
211     FORMAT(5(F8.0,X))
212     FORMAT(6(F12.5,X))
213     FORMAT('  SCHWERPUNKTSDREHIMPULS "DREH6" = ',F9.5)
214     FORMAT('  GESAMTDREHIMPULS "DRIMP" = ',F9.5)
215     FORMAT('  ZEITSCHRITTE BIS STILLSTAND: ',I4)
C
        GOTO 996
995     WRITE(5,994)
994     FORMAT('  MASSENANTEILE SIND FALSCH GEWAEHLT !')
        GOTO 996
998     WRITE(5,997) I
997     FORMAT('  FEHLER BEIM EINLESEN! ',I4)
996     CALL EXIT
        STOP
        END
C
C     ------------------------------------------------------------------
C
        SUBROUTINE TRAPEZ (FELD,ANFBED,RESULT,NI,NWERT,H)
        DIMENSION FELD(700),SUM(700),ANFBED(2),RESULT(2)
C
        H2=H/2.
        DO 100   K=1,NI
        SUM(1)=ANFBED(K)
        DO 40   N=2,NWERT
        SUM(N)=(FELD(N-1)+FELD(N))*H2+SUM(N-1)
40      CONTINUE
        RESULT(K)=SUM(NWERT)
        DO 50  I=1,NWERT
        FELD(I)=SUM(I)-RESULT(K)
50      CONTINUE
100     CONTINUE
        RETURN
        END
C
C     ------------------------------------------------------------------
C
        SUBROUTINE GAUSS(A,P,AL,VEK,AVO,PD,IND,NPAR,NP1,EPS)
        DIMENSION A(5,6),AL(5,5),VEK(5),AVO(5),P(5),PD(5),IND(5)
        DO 2 I=1,NPAR
        DO 2 J=1,NPAR
  2     AL(J,I)=A(J,I)
        DO 3 I=1,NPAR
  3     AVO(I)=A(I,NP1)
        IR=0
 31     CONTINUE
        IF(NP1.EQ.2) GOTO 1160
```

```
      NM1=NPAR-1
      DO 1150 J=1,NM1
      JP1=J+1
      NT=J
      DO 1100 N=JP1,NPAR
      IF(ABS(A(N,J)).GT.ABS(A(NT,J))) NT=N
1100  CONTINUE
      IF(NT.EQ.J) GOTO 1120
      DO 1110 NP=J,NP1
      XT=A(J,NP)
      A(J,NP)=A(NT,NP)
      A(NT,NP)=XT
1110  CONTINUE
1120  CONTINUE
      DO 1140 N=JP1,NPAR
      XT=A(N,J)/A(J,J)
      DO 1130 NP=JP1,NP1
      A(N,NP)=A(N,NP)-XT*A(J,NP)
1130  CONTINUE
1140  CONTINUE
1150  CONTINUE
1160  N=NPAR
      P(NPAR)=A(NPAR,NP1)/A(NPAR,NPAR)
1170  IF(N.EQ.1) GOTO 1190
      NT=N
      N=N-1
      XT=A(N,NP1)
      DO 1180 NP=NT,NPAR
      XT=XT-A(N,NP)*P(NP)
1180  CONTINUE
      P(N)=XT/A(N,N)
      GOTO 1170
1190  CONTINUE
      IF(IR.EQ.1) GOTO 32
      DO 33 I=1,NPAR
 33   PD(I)=P(I)
C
      IZI=0
 21   CONTINUE
      IZI=IZI+1
      DO 19 I=1,NPAR
      Y=0.0
      DO 20 J=1,NPAR
 20   Y=Y+AL(I,J)*PD(J)
 19   VEK(I)=AVO(I)-Y
      DO 26 I=1,NPAR
      IND(I)=0
      IF(ABS(VEK(I)).LT.EPS) GOTO 26
      IND(I)=1
 26   CONTINUE
      DO 27 I=1,NPAR
      IF(IND(I).EQ.1) GOTO 28
 27   CONTINUE
      GOTO 9999
 28   CONTINUE
      DO 29 I=1,NPAR
```

```
      DO 29 J=1,NPAR
 29   A(J,I)=AL(J,I)
      DO 30 I=1,NPAR
 30   A(I,NP1)=VEK(I)
      IR=1
      GOTO 31
 32   CONTINUE
      DO 25 I=1,NPAR
 25   PD(I)=PD(I)+P(I)
      IF(IZI.GT.4) GOTO 9999
      GOTO 21
9999  CONTINUE
      DO 4 I=1,NPAR
      DO 4 J=1,NPAR
 4    A(J,I)=AL(J,I)
      RETURN
      END
```

Literatur

- Aleshinsky, S.Yu. and Zatziorsky V.M.(1978) Human Locomotion in space analyzed biomechanically through a multi-link chain model. J. Biomech. 11, 101-108.
- Baumann W. und Stucke H. (1980) Sportspezifische Belastungen aus der Sicht der Biomechanik. In: Cotta H., Krahl H., Steinbrück K. (eds.) Die Belastungstoleranz des Bewegungsapparates. 3.Heidelberger Orthopädie-Symposium, Thieme Verlag.
- Baumann, W. (1983) Application of Biomechanics Research to Sport. In: Biomechanics VIII-B, Human Kinetics Publishers, 722-734.
- Bresler, B. and Frankel, J.P. (1950) The forces and moments in the leg during level walking. Trans. Am. Soc. Mech. Eng. 72, 27-36.
- Brinckmann, P., Frobin, W., Hierholzer, E. (1980) Belastete Gelenkfläche und Beanspruchung des Hüftgelenks. Z. Orthop. 118, 107-115.
- Brüggemann, P. (1982) Geräteoptimierung im Kunstturnen aus der Sicht der Biomechanik. In: Göhner, U. (ed.) Verletzungsrisiken und Belastungen im Kunstturnen, Hofmann Verlag, Schorndorf, 100-113.
- Brüggemann, P. (1985) Mechanical load on the achilles tendon during rapid dynamic sport movements. In: Perren, S.M. and Schneider, E. (eds.) Biomechanics: Current Interdisciplinary Research, Martinus Nijhoff Publisher, 669-686.
- Cappozzo, A., Leo, T., Pedotti, A. (1975) A General Computing Method for the analysis of human locomotion. J. Biomech. 8, 307-320.
- Chao, E.Y. and Rim, K. (1973) Application of optimization principles in determining the applied moments in human leg joints during gait. J. Biomech. 6, 497-510.
- Clauser, C.E., McConville, J.T., Young, J.W. (1969) Weight, volume and centre of mass of segments of the human body. AMRL Technical Report, 69-70. Wright Patterson Air Force Base, Ohio.

- Crowninshield, R.D., Johnston, R.C., Andrews, J.G., Brand, R.A. (1978) A biomechanical investigation of the human hip. J. Biomech. 11, 75-85.
- Denoth, J., Gruber, K., Keppler, M., Ruder, H. (1985) Forces and torques during sports activities with high accelerations. In: Perren, S.M. and Schneider, E. (eds.) Biomechanics: Current Interdisciplinary Research, Martinus Nijhoff Publisher, 663-668.
- Denoth, J. (1986) Load on the locomotor system and modelling. In: Nigg, B.M. (ed.) Biomechanics of running shoes. Human Kinetics Publishers, Illinois, 63-116.
- Fürmaier, A. (1953) Beitrag zur Mechanik der Patella und des Gesamtkniegelenks. Arch. orthop. Unfall-Chir. 46, 78-90.
- Groh H. und Baumann W. (1976) In: Komi, P.V. (ed.) Biomechanics V-A, Univ. Park Press, Baltimore, 328-332.
- Gruber, K., Legal, H., Ruder, H. (1982) Biomechanische Analyse der Bewegungsabläufe an der unteren Extremität. Teil I: Beschleunigungen. Z. Orthop. 120, 806-813.
- Gruber, K., Legal, H., Ruder, H. (1983) Biomechanische Analyse der Bewegungsabläufe an der unteren Extremität. Teil II: Gelenkkräfte. Z. Orthop. 121, 146-153.
- Gruber, K., Denoth, J., Stuessi, E., Ruder, H. (1985) The wobbling mass model. Proceedings of the ISB Congress, Umea, Sweden. To be published in: Biomechanics X
- Harrington, I.J. (1976) A bioengineering analysis of force actions at the knee in normal and pathological gait. Bio-Medical Engineering 11, 167-172.
- Harrison, R.N., Lees, A., McCullagh, P.J.J., Rowe, W.B.(1985) Bioengineering analysis of muscle and joint forces acting in the human leg during running. Proceedings of the ISB Congress, Umea, Sweden. To be published in: Biomechanics X
- Hatze, H. (1981) Myocybernetic control models of skeletal muscle. Characteristics and applications. University of South Africa, Muckleneuk, Pretoria.
- Hehne, H.-J. (1983) Das Patellofemoralgelenk. Enke Verlag, Stuttgart.

- Koozekanani, S.H., Stockwell, C.W., McGhee, R.B., Firoozmand, F. (1980) On the role of dynamic models in quantitative posturography. IEEE Transactions on Biomedical Engineering 27, 605-609
- Legal, H. und Ruder, H. (1977) Zur biostatischen Analyse des Hüftgelenks. Z. Orthop. 115, 215-234.
- Legal, H., Reinecke, M., Ruder, H. (1978) Zur biostatischen Analyse des Hüftgelenks II. Z. Orthop. 116, 889-896.
- Legal, H. und Ruder, H. (1979) Biomechanisch fundierte Planung gelenkerhaltender Operationen am Hüftgelenk. Orthopäde 8, 224-244.
- Legal, H., Reinecke, M., Ruder, H. (1980) Zur biostatischen Analyse des Hüftgelenks III. Z. Orthop. 118, 804-815.
- Legal, H. (1984) Einführung in die Biomechanik des Hüftgelenks. In: Tönnis, D. (ed.) Die angeborene Hüftdisplasie und Hüftluxation im Kindes- und Erwachsenenalter. Springer-Verlag, Berlin, 26-59.
  Englische Ausgabe (in press):
  Introduction to the Biomechanics of the Hip. In: Tönnis, D. (ed.) Congenital Dysplasia and Dislocation of the Hip in Children and Adolescents. Springer Verlag, Berlin.
- Lemm, R. (1979) Quantifizieren von passiven Kräften. Diplomarbeit am Laboratorium für Biomechanik der ETH Zürich.
- Maquet, P. (1976) Biomechanics of the Knee. Springer Verlag, Berlin.
- McGhee, R.B. (1980) Computer Simulation of Human Movements. In: Biomechanics of Motion. CISM Udine. Springer-Verlag, Wien.
- Minns, R.J. and Tinckler, L.F. (1976) Structural and mechanical aspects of prosthetic herniorrhaphy. J. Biomech. 9, 435-438.
- Morrison, J.B. (1968) Bioengineering analysis of force actions transmitted by the knee joint. Bio-Medical Engineering 3, 164-170.
- Morrison, J.B. (1969) Function of the knee joint in various activities. Bio-Medical Engineering 4, 573-580.

- Morrison, J.B. (1970) The mechanics of the knee joint in relation to normal walking. J. Biomech. 3, 51-61.
- Nigg, B.M. und Denoth, J. (1980) Sportplatzbeläge. Juris Verlag, Zürich.
- Nigg, B.M. (1980) Biomechanische Überlegungen zur Belastung des Bewegungsapparates. In: Cotta, H., Krahl, H., Steinbrück, K. (Hrsg.) Die Belastungstoleranz des Bewegungsapparates. 3.Heidelberger Orthopädie-Symposium, 44-54.
- Nigg, B.M., Denoth J., Neukomm, P.A. (1981) Quantifying the load on the human body: Problems and some possible solutions. In: Biomechanics VII-B, University Park Press, Baltimore 88-99.
- Onyshko, S. and Winter, D.A. (1980) A mathematical model for the dynamics of human locomotion. J. Biomech. 13, 361-368.
- Paul, J.P. (1967) Forces transmitted by joints in the human body. Proc. Inst. mech. Eng. 181, 8-15.
- Paul, J.P. and Poulson, J. (1974) The analysis of forces transmitted in the human body. Proc. 5th Int. Conf. Exp. Stress Analysis, CISM Udine. Paper 32, 34-41.
- Pauwels, F. (1935) Der Schenkelhalsbruch, ein mechanisches Problem. Grundlagen des Heilungsvorganges, Prognose und kausale Therapie. Beilageh. Z. Orthop. 63.
- Pedotti, A. (1977) A Study of Motor Coordination and Neuromuscular Activities in Human Locomotion. Biol. Cybernetics 26, 53-62.
- Rahmani, S. (1979) An Experimental Study of Planar Models for Human Gait Utilizing On-Line Computer Analysis of Television and Force-Plate Data. Ph.D. dissertation, Ohio State University, Columbus, Ohio.
- Rahmani, S., McGhee, R.B., Weimer, F.C., Koozekanani, S.H. (1980) Reduced order dynamic models for on-line computer analysis of human gait. Private communication.
- Röhrle, H., Scholten, R., Sigolotto, C., Sollbach, W. (1980) Bewegungsstudie zur Analyse des menschlichen Ganges und zur Ermittlung der maximalen Belastungen des Becken-Bein-Skelettes. Forschungsbericht des BMFT, MT 253/DISMED-11.

- Röhrle, H., Sigolotto, C., Sollbach, W. (1981) Bewegungsstudie zur Analyse des menschlichen Ganges und zur Ermittlung der maximalen Belastungen des Becken-Bein-Skelettes: Bewegungsstudie räumlich. Forschungsbericht des BMFT/DISMED-23.
- Schmidtbleicher, D. und Gollhofer, A. (1982) Neuromuskuläre Untersuchungen zur Bestimmung individueller Belastungsgrößen für ein Tiefsprungtraining. Leistungssport 12, 298-307.
- Seireg, A. and Arvikar, R.J. (1973) A mathematical model for evaluation of forces in lower extremities of the musculoskeletal system. J. Biomech. 6, 313-326.
- Seireg, A. and Arvikar, R.J. (1975) The prediction of muscular load sharing and joint forces in the lower extremities during walking. J. Biomech. 8, 89-102.
- Shampine, L.F. und Gordon, M.K. (1975) Computer Solution of Ordinary Differential Equations; The Initial Value Problem. Freeman and Company, San Francisco.
- Steinbrück, K., Cotta, H. (1983) Epidemiologie von Sportverletzungen. Deutsche Zeitschrift für Sportmedizin 6, 173-186.
- Wagner, H. (1985) Aufbau eines rechnerunterstützten elektromechanischen Meßsystems zur experimentellen Untersuchung der Biomechanik des menschlichen Kniegelenks. Diplomarbeit Univ. Mainz.
- Winter, D.A. (1983) Moments of force and mechanical power in jogging. J. Biomech. 16, 91-97.
- Yamada, H. (1973) Strength of Biological Materials. Robert E. Krieger Publishing, Huntington, New York.
- Zarrugh, M.Y. (1981) Kinematic prediction of intersegment loads and power at the joints of the leg in walking. J. Biomech. 14, 713-725.

Danksagung

An erster Stelle möchte ich Herrn Prof. Ruder für die umfassende Betreuung dieser Arbeit sehr herzlich danken. Seiner Unterstützung und ständigen Bereitschaft zur Diskussion der auftretenden Probleme war ich auch während der ganzen Zeit meines Aufenthaltes in Zürich immer gewiß. Nur durch sein Engagement für die Biomechanik war es möglich, die Arbeit in dieser Form durchzuführen.
Herrn Prof. Herold danke ich für etliche Stunden hartnäckiger Diskussion, die ganz wesentlich zur Klärung wichtiger Probleme beitrugen.
Zu großem Dank bin ich dem Leiter des Laboratoriums für Biomechanik der ETH Zürich, Herrn Dr. Stüssi verpflichtet. Er ermöglichte mir in großzügiger Weise die Durchführung meiner Arbeit an seinem Institut. Mein Dank gebührt ebenso allen Mitarbeitern des Labors, die mich freundlich in ihren Kreis aufgenommen haben und auf vielfältige Weise zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben.
Ganz besonders herzlich danke ich dabei Herrn Dr. Denoth, der mir ein ständiger Gesprächspartner war. Sowohl bei den Experimenten als auch bei den theoretischen Berechnungen gab er viele wertvolle Anregungen und hatte am Fortschritt der Arbeit ganz wesentlichen Anteil.
Finanziell wurde mein Aufenthalt in Zürich durch ein Europarat-Stipendium und ein Stipendium der Martha-Selve-Gerdtzen Stiftung ermöglicht. Beiden Institutionen gilt mein Dank.

Lebenslauf

geb. am:	30. Januar 1956	
in:	Schwabach	
Eltern:	Dr. Herbert Gruber, Diplom-Kaufmann Gertraud Gruber, geb. Seitz, Kindergärtnerin	
Schulen:	1962-1966	Volksschule Schwabach
	1966-1968	Adam-Kraft-Gymnasium Schwabach
	1968-1975	Wolfram-von-Eschenbach Gymnasium Schwabach
	1975	Abitur
Studium:	WS 1975/76	Beginn des Studiums an der Universität Erlangen-Nürnberg in der Fachkombination Sport/Englisch
	WS 1976/77 - WS 1981/82	Weiterstudium in der Fachkombination Sport/Physik für das Höhere Lehramt an Gymnasien
Prüfungen:	SS 1978	Abschluss des 1.Prüfungsabschnitts in Sport
	WS 1978/79	Zwischenprüfung in Physik
	WS 1981/82	Staatsexamen in Sport und Physik
Stellungen:	1. Aug.80 - 31.Dez.81	Studentische Hilfskraft am Institut für Theoretische Physik der Universität Erlangen-Nürnberg
	1. Aug.82 - 15.Okt.83	Wissenschaftliche Hilfskraft am Lehrstuhl für Theoretische Astrophysik der Universität Tübingen (DFG-Projekt)

	1. Okt.82	Doktorandin am Laboratorium für
	- 12.Feb.85	Biomechanik der ETH Zürich
	ab 13.Feb.85	Referendarin für das Höhere Lehramt an Gymnasien in Bayern
Dissertation:	Okt. 1982	am Lehrstuhl für Theoretische
	- Sep. 1986	Astrophysik der Universität Tübingen und am Laboratorium für Biomechanik der ETH Zürich mit dem Thema "Entwicklung eines Modells zur Berechnung der Kräfte im Knie- und Hüftgelenk bei sportlichen Bewegungsabläufen mit hohen Beschleunigungen" unter Anleitung von Prof. Dr. H. Ruder
Stipendien:	15.Okt.83	Stipendium des Europarates
	- 15.Jul.84	für die ETH Zürich
	15.Jul.84	Stipendium der Martha-Selve-Gerdtzen
	- 12.Feb.85	Stiftung Zürich

Meine akademische Lehrer waren die
Professoren und Dozenten:

Physik

J. Christiansen, H. Herold, A. Hofmann, J. Halbritter,
H. Kuiper, M. Reinecke, G. Ritter, H. Ruder,
G. Schulz, H. Wegener, G. Wunner

Sport

H. Bickel, E. David, E. Hecht, K.-J. Heck,
F. Immig, H. Nigmann, I. Ruhmann, R. Sickenberg,
D. Tancic, P. Unger, E. Wahl, J. Weineck,
W. Witte

Druck Köhler Tübingen